

УДК 669.86:536.21

М.А. Шерemet

НЕСТАЦИОНАРНАЯ СОПРЯЖЕННАЯ ЗАДАЧА ТЕРМОГРАВИТАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ЦИЛИНДРЕ¹

Проведен численный анализ режимов свободно-конвективного теплопереноса в горизонтальном цилиндре с тепловыделяющим ядром постоянной температуры и теплопроводной оболочкой конечной толщины в условиях конвективного теплообмена с внешней средой. Математическая модель сформулирована в безразмерных переменных «функция тока – вектор завихренности скорости – температура» в полярных координатах. Получены распределения линий тока и температуры, отражающие влияние как источника энергии, так и окружающей среды на режимы течения и теплоперенос.

Ключевые слова: *естественная конвекция, горизонтальный цилиндр, сопряженный теплоперенос, математическое моделирование.*

Термогравитационная конвекция является одним из определяющих механизмов переноса тепла во многих технических приложениях, например в радиоэлектронной аппаратуре и электронной технике, при выращивании объемных монокристаллов, в системах охлаждения высокоэнергетического оборудования, при стерилизации пищевых продуктов [1 – 4]. Воздействие окружающей среды в таких задачах с учетом теплопроводных стенок конечной толщины может приводить к существенным перераспределениям как температуры, так и скорости в рабочей зоне анализируемого объекта [5, 6]. Однако большая часть работ, посвященных исследованию естественной конвекции в сложных технических системах [1, 2, 7 – 10], либо не учитывает влияние внешней среды, либо это воздействие учитывается опосредованно – за счет задания постоянной температуры на границе. Так, например, в результате численного и экспериментального анализа свободно-конвективного теплопереноса от горизонтального цилиндра [2] были установлены масштабы увеличения среднего числа Нуссельта с ростом числа Рэлея, а также корреляционные соотношения для среднего числа Нуссельта в диапазоне $74 < Ra < 3400$. Численный анализ естественно-конвективного теплопереноса от наклонного горячего цилиндра в замкнутой области с бесконечно тонкими холодными стенками проведен в [7]. Установлено, что при малых числах Рэлея наблюдаются изменения обобщенного коэффициента теплопередачи, а при дальнейшем росте Ra эти изменения исчезают. Численные и экспериментальные исследования естественной конвекции от горизонтального цилиндра [8], находящегося в прямоугольной полости, показали существенное воздействие числа Рэлея и геометрических параметров полости на режимы течения и теплопереноса. Влияние вертикальной стенки на условия конвективного теплопереноса от нагретого горизонтального цилиндра проанализировано в [9]. Установлено, что при определенных значениях числа Рэлея возможно формирование колебательных режимов переноса массы, импульса и энергии.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 08-08-00402-а) и Президента Российской Федерации (МК-396.2010.8).

Целью настоящей работы является математическое моделирование нестационарной сопряженной естественной конвекции в горизонтальном цилиндре с теплопроводной оболочкой конечной толщины при наличии тепловыделяющего ядра постоянной температуры в условиях конвективного теплообмена с окружающей средой.

Постановка задачи

Рассматривается краевая задача нестационарного конвективного теплопереноса в зазоре между двумя горизонтальными коаксиальными цилиндрами, представленном на рис 1. Температура внутреннего цилиндра постоянна в течение всего процесса. Внешний цилиндр имеет теплопроводную оболочку конечной толщины. Считается, что в начальный момент времени несжимаемая жидкость, находящаяся между цилиндрами, и оболочка внешнего цилиндра имеют постоянную и одинаковую во всех точках температуру, причем жидкость неподвижна. На границе $r = r_3$ осуществляется конвективный теплообмен с окружающей средой. Газ, занимающий внутреннюю полость, считается вязкой, ньютоновской, несжимаемой жидкостью, удовлетворяющей приближению Буссинеска.

В такой постановке процесс переноса массы, импульса и энергии в анализируемой области решения (рис. 1) описывается системой нестационарных двумерных уравнений конвекции в приближении Буссинеска в газовой полости [11] в полярных координатах. Для анализа поля температуры в твердой оболочке внешнего цилиндра используется нестационарное двумерное уравнение теплопроводности [12].

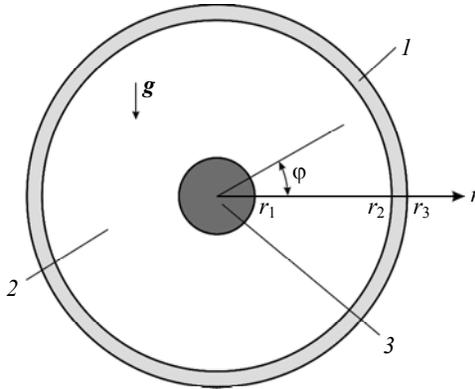


Рис. 1. Область решения: 1 – теплопроводная оболочка цилиндра, 2 – газовая полость, 3 – источник тепловыделения

Если пренебрегать вязкой диссипацией энергии, то уравнения неразрывности, движения и энергии в газовой полости для рассматриваемой задачи будут иметь вид

$$\frac{\partial}{\partial r}(rV_r) + \frac{\partial V_\phi}{\partial \phi} = 0; \tag{1}$$

$$\frac{\partial V_r}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_\phi}{r} \frac{\partial V_r}{\partial \phi} - \frac{V_\phi^2}{r} = -\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p}{\partial r} + v \left(\nabla^2 V_r - \frac{V_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_\phi}{\partial \phi} \right) + g\beta(T - T_0) \sin \phi; \tag{2}$$

$$\frac{\partial V_\varphi}{\partial t} + V_r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r} \frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{V_r V_\varphi}{r} = -\frac{1}{\rho_2 r} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + v \left(\nabla^2 V_\varphi + \frac{2}{r^2} \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} - \frac{V_\varphi}{r^2} \right) + g\beta(T - T_0) \cos \varphi; \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + V_r \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{V_\varphi}{r} \frac{\partial T}{\partial \varphi} = a_2 \nabla^2 T. \quad (4)$$

В силу того, что течение обладает плоскостью симметрии, область изменения независимых переменных для системы уравнений (1) – (4) в газовой полости (рис. 1) примет вид $r_1 < r < r_2$, $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$.

Для элементов твердой оболочки уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_1 \nabla^2 T. \quad (5)$$

Область изменения независимых переменных для уравнения теплопроводности в твердой стенке (см. рис. 1)

$$r_2 < r < r_3, \quad -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}.$$

Здесь r , φ – координаты полярной системы координат; t – время; V_r и V_φ – составляющие скорости в проекции на оси r и φ соответственно; p – давление; ρ_2 – плотность газа; v – кинематический коэффициент вязкости; T – температура; T_0 – начальная температура в области решения; g – ускорение свободного падения; β – термический коэффициент объемного расширения; a_1 – коэффициент теплопроводности материала твердой оболочки внешнего цилиндра; a_2 – коэффициент теплопроводности газа; $\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$ – оператор Лапласа.

Поскольку целью настоящей работы является анализ теплового состояния системы в условиях взаимного влияния естественной конвекции в зазоре между двумя горизонтальными коаксиальными цилиндрами, заполненном газом, и кондуктивного теплообмена в твердой оболочке внешнего цилиндра, то наиболее целесообразным представляется преобразование сформулированной системы дифференциальных уравнений (1) – (5) к виду, исключающему непосредственный поиск поля давления. Для этого введем в рассмотрение функцию тока ψ и вектор завихренности ω , которые задаются следующим образом:

$$V_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi}, \quad V_\varphi = -\frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad \omega = \frac{\partial V_r}{\partial \varphi} - V_\varphi - r \frac{\partial V_\varphi}{\partial r}. \quad (6)$$

Тогда с учетом (6) уравнения (1) – (5) примут вид:

• в газовой полости

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial (V_r \omega)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (V_\varphi \omega)}{\partial \varphi} + V_r \frac{\partial \omega}{\partial r} = v \left(\nabla^2 \omega + \frac{\omega}{r^2} - \frac{2}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) + g\beta \left(\frac{\partial T}{\partial \varphi} \sin \varphi - r \frac{\partial T}{\partial r} \cos \varphi \right); \quad (7)$$

$$\nabla^2 \psi = \frac{\omega}{r}; \quad (8)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial (V_r T)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (V_\varphi T)}{\partial \varphi} + \frac{V_r T}{r} = a_2 \nabla^2 T; \quad (9)$$

- в твердой оболочке

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_1 \nabla^2 T. \quad (10)$$

Для обезразмеривания представленной системы дифференциальных уравнений (7) – (10) были выбраны следующие масштабы расстояния, времени, скорости, температуры, функции тока и завихренности r_3 , $\sqrt{r_3/g\beta(T_{ит} - T_0)}$, $\sqrt{g\beta(T_{ит} - T_0)r_3}$, $(T_{ит} - T_0)$, $\sqrt{g\beta(T_{ит} - T_0)r_3^3}$, $\sqrt{g\beta(T_{ит} - T_0)r_3}$. Безразмерные переменные примут следующий вид:

$$R = r/r_3, \quad \tau = t\sqrt{g\beta(T_{ит} - T_0)}/r_3, \quad \Theta = (T - T_0)/(T_{ит} - T_0),$$

$$U = V_r/\sqrt{g\beta(T_{ит} - T_0)r_3}, \quad V = V_\varphi/\sqrt{g\beta(T_{ит} - T_0)r_3},$$

$$\Psi = \psi/\sqrt{g\beta(T_{ит} - T_0)r_3^3}, \quad \Omega = \omega/\sqrt{g\beta(T_{ит} - T_0)r_3}, \quad \tilde{\nabla}^2 = r_3^2 \nabla^2,$$

где r_3 – размер области решения по оси r (рис. 1); $T_{ит}$ – температура внутреннего цилиндра; R, φ – безразмерные координаты, соответствующие координатам r, φ ; U, V – безразмерные скорости, соответствующие скоростям V_r, V_φ ; τ – безразмерное время; Θ – безразмерная температура; Ψ – безразмерный аналог функции тока; Ω – безразмерный аналог вектора вихря; $\tilde{\nabla}^2$ – безразмерный оператор Лапласа.

Безразмерные уравнения Буссинеска в переменных «вихрь скорости – функция тока – температура» для рассматриваемой задачи:

- в газовой полости (2 на рис. 1):

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \frac{\partial(U\Omega)}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial(V\Omega)}{\partial \varphi} + U \frac{\partial V}{\partial R} = \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\tilde{\nabla}^2 \Omega + \frac{\Omega}{R^2} - \frac{2}{R} \frac{\partial \Omega}{\partial R} \right) + \frac{\partial \Theta}{\partial \varphi} \sin \varphi - R \frac{\partial \Theta}{\partial R} \cos \varphi; \quad (11)$$

$$\tilde{\nabla}^2 \Psi = \frac{\Omega}{R}; \quad (12)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + \frac{\partial(U\Theta)}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial(V\Theta)}{\partial \varphi} + \frac{U\Theta}{R} = \frac{1}{\sqrt{\text{Ra} \cdot \text{Pr}}} \tilde{\nabla}^2 \Theta; \quad (13)$$

- в твердой оболочке внешнего цилиндра (1 на рис. 1):

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{a_{1,2}}{\sqrt{\text{Ra} \cdot \text{Pr}}} \tilde{\nabla}^2 \Theta. \quad (14)$$

Здесь $\text{Ra} = g\beta(T_{ит} - T_0)r_3^3/va_2$ – число Рэлея; $\text{Pr} = \nu/a_2$ – число Прандтля;

$\tilde{\nabla}^2 = \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$ – безразмерный оператор Лапласа; $a_{1,2} = a_1/a_2$ – относительный коэффициент температуропроводности.

Начальные и граничные условия для сформулированной задачи (11) – (14) имеют вид:

Начальное условие:

$$\Psi(R, \varphi, 0) = \Omega(R, \varphi, 0) = \Theta(R, \varphi, 0) = 0,$$

за исключением внутреннего цилиндра, на котором в течение всего процесса $\Theta = 1$.

Граничные условия:

- на границе $R = 1$ моделировался конвективный теплообмен с внешней средой

$$\frac{\partial \Theta}{\partial R} = \text{Bi} (\Theta_e - \Theta); \quad (15)$$

- на поверхности внутреннего цилиндра $R = r_1/r_3$:

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial R} = 0, \quad \Theta = 1; \quad (16)$$

- на границе раздела твердого материала и газа $R = r_2/r_3$:

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial R} = 0, \quad \Theta_1 = \Theta_2, \quad \frac{\partial \Theta_1}{\partial R} = \lambda_{2,1} \frac{\partial \Theta_2}{\partial R}; \quad (17)$$

- на оси симметрии $\varphi = -\pi/2, \pi/2$ реализуются условия вида [13]:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \varphi} = \Omega = \Psi = 0. \quad (18)$$

Здесь $\text{Bi} = \alpha r_3 / \lambda_1$ – число Био материала твердой оболочки; α – коэффициент теплообмена между внешней средой и рассматриваемой областью решения; Θ_e – безразмерная температура окружающей среды; $\lambda_{2,1} = \lambda_2 / \lambda_1$ – относительный коэффициент теплопроводности; λ_1 – коэффициент теплопроводности материала твердой оболочки; λ_2 – коэффициент теплопроводности газа.

Краевая задача (11) – (18) решена методом конечных разностей [13, 14] на равномерной сетке. Разработанный метод решения был протестирован на модельных задачах [14, 15].

Результаты численного моделирования

Численные исследования краевой задачи (11) – (18) проведены при следующих значениях безразмерных комплексов: $10^4 \leq \text{Ra} \leq 10^6$, $\text{Pr} = 0,7$, $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$, $4,3 \cdot 10^{-2}$. Безразмерные определяющие температуры принимали значения: $\Theta_e = -1$, $\Theta_{\text{ит}} = 1$, $\Theta_0 = 0$. Особое внимание было уделено анализу влияния числа Рэлея, фактора нестационарности и относительного коэффициента теплопроводности как на локальные термогидродинамические характеристики (линии тока и поля температуры), так и на интегральный параметр (среднее число Нуссельта на характерных границах).

На рис. 2 представлены линии тока и поля температуры, соответствующие различным режимам термогравитационной конвекции $\text{Ra} = 10^4, 10^5, 10^6$, при $\tau = 300$, $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$.

Увеличение числа Рэлея, обусловленное ростом температуры внутреннего цилиндра, приводит к модификации конвективных ячеек справа и слева от источника энергии, а также отражается на формировании термического факела над цилиндром. Непосредственно над нагревателем образуются теплые восходящие потоки, приводящие к росту температуры в верхней части полости (рис. 3, а). Достигая верхней стенки, газовые массы формируют нисходящие потоки вдоль оболочки внешнего цилиндра. Степень интенсивности охлаждения области решения выше в нижней части (рис. 3, б), что объясняется прогревом верхних слоев газовой полости. Необходимо отметить, что увеличение числа Рэлея приводит к уменьшению как толщины теплового пограничного слоя вблизи поверхности

внутреннего цилиндра, так и диаметра термического факела над этим цилиндром, что подтверждается распределением изотерм.

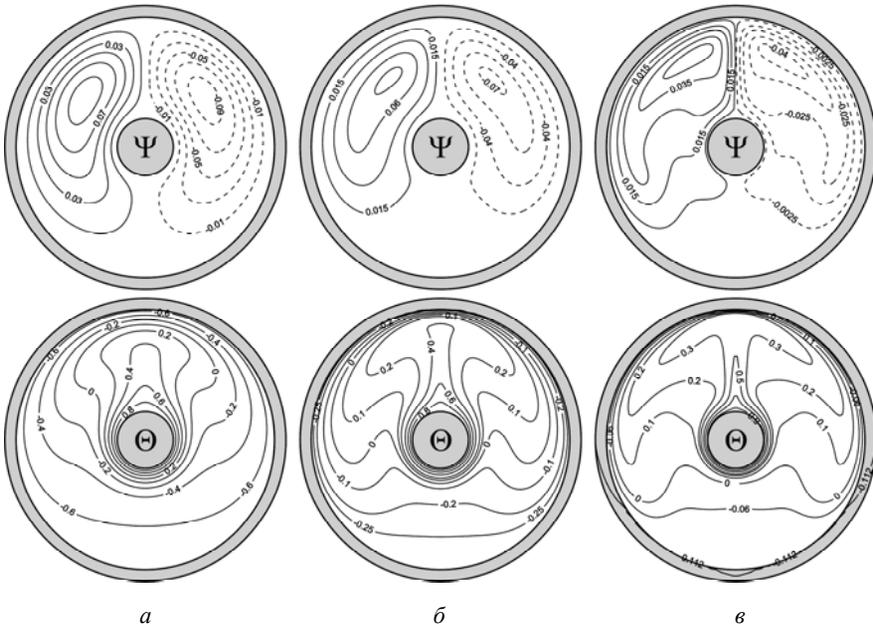


Рис. 2. Линии тока и поля температуры при $\tau = 300$, $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$:
 $Ra = 10^4$ (а); $Ra = 10^5$ (б); $Ra = 10^6$ (в)

Профили температуры, представленные на рис. 3, отражают воздействие конвективного теплопереноса в газовой полости на интенсивность кондукции в твердой оболочке. Появление локальных немонотонностей в профилях Θ на рис. 3, б при $Ra \geq 10^5$ объясняется модификацией линий тока (рис. 2) – происходит смещение ядер конвективных ячеек к плоскости симметрии.

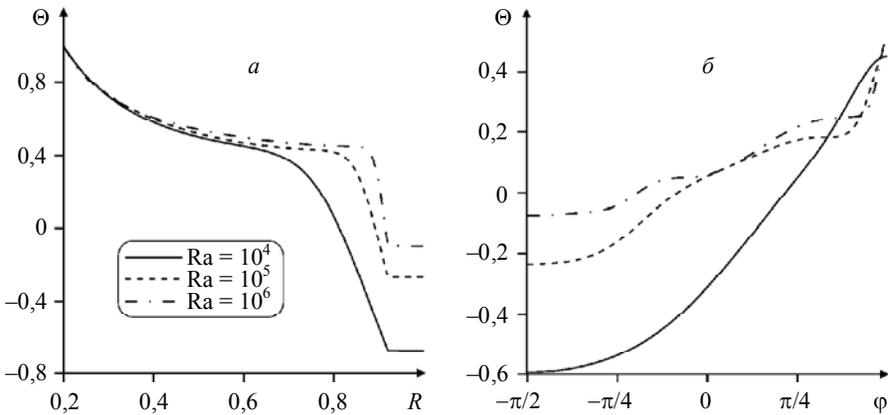


Рис. 3. Профили температуры при $\tau = 300$, $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$: $\varphi = \pi/2$ (а); $R = 0,6$ (б)

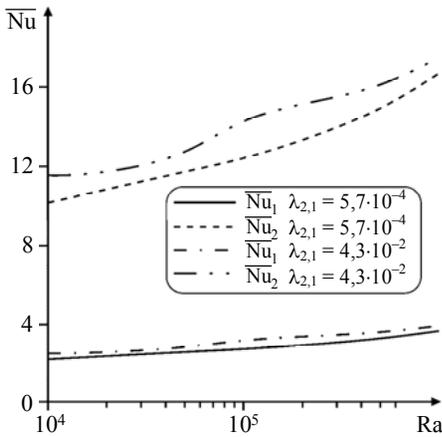


Рис. 4. Зависимость среднего числа Нуссельта от числа Рэлея и относительного коэффициента теплопроводности при $\tau = 300$

Проведен анализ влияния числа Рэлея и $\lambda_{2,1}$ на среднее число Нуссельта на границе раздела твердого материала и газа

$$\overline{Nu}_1 = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left| \frac{\partial \Theta}{\partial R} \right|_{R=r_2/r_3} d\varphi$$

и на поверхности внутреннего цилиндра (рис. 4)

$$\overline{Nu}_2 = \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left| \frac{\partial \Theta}{\partial R} \right|_{R=r_1/r_3} d\varphi.$$

Эти зависимости также можно представить в виде корреляционных соотношений (таблица).

Зависимость среднего числа Нуссельта от числа Рэлея

$\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$	$\lambda_{2,1} = 4,3 \cdot 10^{-2}$
$\overline{Nu}_1 = 0,837 \cdot Ra^{0,106}$	$\overline{Nu}_1 = 1,042 \cdot Ra^{0,096}$
$\overline{Nu}_2 = 3,738 \cdot Ra^{0,107}$	$\overline{Nu}_2 = 4,905 \cdot Ra^{0,091}$

С ростом Ra наблюдается увеличение обобщенного коэффициента теплообмена. Повышение относительного коэффициента теплопроводности, обусловленное уменьшением λ_1 , отражается на повышении среднего числа Нуссельта, что связано с более интенсивным отводом энергии от характерных границ.

Фактор нестационарности в сопряженных задачах конвективного теплопереноса определяет не только этапы формирования, развития и диссипации вихревых структур в газовой полости, но и термическую инерционность ограждающих твердых стенок. Последнее позволяет оценивать степень воздействия окружающей среды на режимы течения внутри объекта.

На рис. 5 представлены линии тока и поля температуры, отражающие динамику формирования режимов теплопереноса с течением времени при $Ra = 10^5$, $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$.

На начальном временном этапе (рис. 5, а) зарождаются термический факел и циркуляционные зоны над внутренним цилиндром. Увеличение безразмерного времени до $\tau = 6$ (рис. 5, б) приводит к росту интенсивности конвективных ячеек и к смещению ядер этих вихрей в верхние слои полости. При $\tau = 30$ (рис. 5, в) в нижней части области решения заметно продвижение волны пониженной температуры от границы $R = 1$ в глубь газовой полости. Анализируя линии тока и поля температуры можно проследить динамику развития термического факела – по мере продвижения потока к верхней части цилиндра увеличивается нормальная к поверхности компонента выталкивающей силы, поэтому механизмы, способствующие отрыву, усиливаются. Изменение направления потока наблюдается задолго до достижения им заднего конца тела, что проявляется в резком утолщении

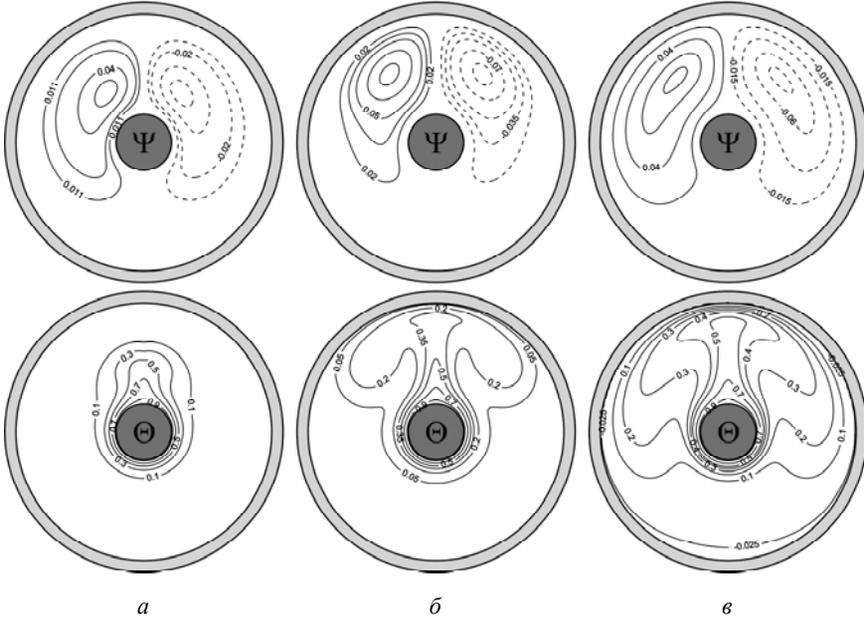


Рис. 5. Линии тока и поля температуры при $Ra = 10^5$, $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$: $\tau = 3$ (а), 6 (б), 30 (в)

пограничного слоя и в резком увеличении скорости из-за возрастающего действия выталкивающей силы. С утолщением пограничного слоя по мере продвижения потока от передней кромки среднее число Нуссельта (\overline{Nu}_2) постепенно уменьшается $0 < \tau < 3$ (рис. 6).

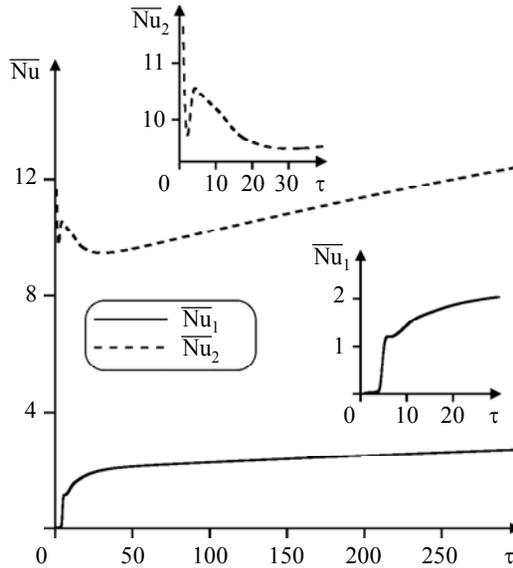


Рис. 6. Зависимость среднего числа Нуссельта от безразмерного времени

Под влиянием изменения направления течения скорости резко возрастают, и это проявляется в более интенсивном отводе энергии с поверхности цилиндра и соответственно в увеличении среднего числа Нуссельта (\overline{Nu}_2) (см. рис. 6). Формирование локальных экстремумов (\overline{Nu}_2) на начальном временном этапе обусловлено развитием течения над источником энергии. \overline{Nu}_1 при этом монотонно возрастает, отражая незначительный рост температурного напора на границе $R = r_2/r_3$.

На рис. 7 представлены профили температуры в различных сечениях области решения, характеризующие влияние относительного коэффициента теплопроводности при $Ra = 5 \cdot 10^5$, $\tau = 300$.

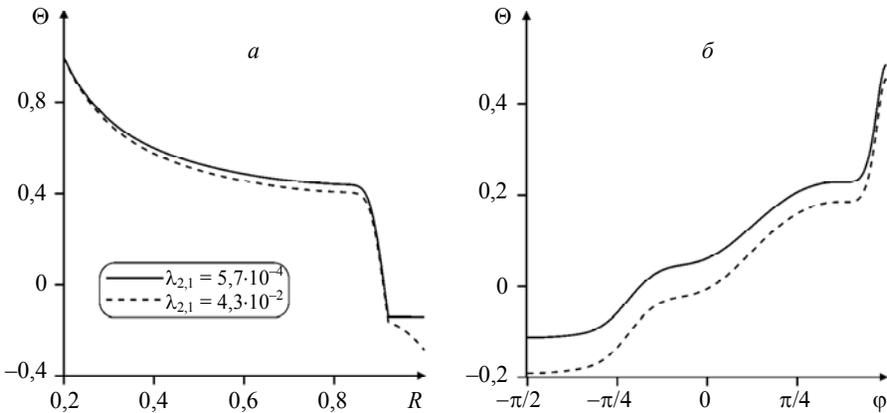


Рис. 7. Профили температуры при $Ra = 5 \cdot 10^5$, $\tau = 300$: $\varphi = \pi/2$ (а); $R = 0,6$ (б)

Увеличение $\lambda_{2,1}$, обусловленное уменьшением коэффициента теплопроводности материала оболочки внешнего цилиндра, приводит к понижению температуры как в твердой стенке, так и в газовой полости. Причиной такого распределения является также и фактор нестационарности, отражающий динамику тепловых полей.

Заключение

Проведен численный анализ нестационарной сопряженной естественной конвекции в зазоре между двумя горизонтальными коаксиальными цилиндрами с теплопроводной оболочкой конечной толщины при наличии тепловыделяющего ядра постоянной температуры в условиях конвективного теплообмена с окружающей средой. В результате получены поля температуры, распределения линий тока и среднего числа Нуссельта на характерных границах в широком диапазоне изменения определяющих параметров: $10^4 \leq Ra \leq 10^6$, $Pr = 0,71$, $0 \leq \tau \leq 300$, $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$, $4,3 \cdot 10^{-2}$. Детально исследовано влияние числа Рэлея, фактора нестационарности и относительного коэффициента теплопроводности на распределения локальных и интегральных термогидродинамических характеристик анализируемого процесса. Определены масштабы взаимного влияния конвективного теплопереноса в газовой полости на кондуктивный теплообмен в ограждающей оболочке. Получены корреляционные соотношения для среднего числа Нуссельта на характерных границах в зависимости от числа Рэлея. Проведена детализация этапов формирования термического факела над внутренним цилиндром.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kurian V., Varma M.N., Kannan A. Numerical studies on laminar natural convection inside inclined cylinders of unity aspect ratio // Int. J. Heat Mass Transfer. 2009. V. 52. P. 822 – 838.
2. S. Ozgur Atayilmaz, Ismail Teke Experimental and numerical study of the natural convection from a heated horizontal cylinder // Int. Comm. Heat Mass Transfer. 2009. V. 36. P. 731 – 738.
3. Ostrach S. Natural convection in enclosures // J. Heat Transfer. 1988. Vol. 110. P. 1175 – 1190.
4. Varma M., Kannan A. Enhanced food sterilization through inclination of the container walls and geometry modifications // Int. J. Heat Mass Transfer. 2005. V. 48. P. 3753 – 3762.
5. Liaqat A., Baytas A.C. Conjugate natural convection in a square enclosure containing volumetric sources // Int. J. Heat Mass Transfer. 2001. V. 44. P. 3273 – 3280.
6. Кузнецов Г.В., Шеремет М.А. Двумерная задача естественной конвекции в прямоугольной области при локальном нагреве и теплопроводных границах конечной толщины // Известия РАН. МЖГ. 2006. № 6. С. 29 – 39.
7. Arnab Kumar De, Amaresh Dalal A numerical study of natural convection around a square, horizontal, heated cylinder placed in an enclosure // Int. J. Heat Mass Transfer. 2006. V. 49. P. 4608 – 4623.
8. Cesini G., Paroncini M., Cortella G., Manzan M. Natural convection from a horizontal cylinder in a rectangular cavity // Int. J. Heat Mass Transfer. 1999. V. 42. P. 1801 – 1811.
9. Atmane M.A., Chan V.S.S., Murray D.B. Natural convection around a horizontal heated cylinder: The effects of vertical confinement // Int. J. Heat Mass Transfer. 2003. V. 46. P. 3661 – 3672.
10. Ананьев П.А., Волков П.К. Естественная конвекция в вертикальном канале и цилиндре при нагреве снизу // Математическое моделирование. 2004. Т. 16, № 11. С. 89 – 100.
11. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1978. 736 с.
12. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 600 с.
13. Рунч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 616 с.
14. Мартюшев С.Г., Шеремет М.А. Численный анализ сопряженного конвективно-радиационного теплопереноса в замкнутой области // Вестник ТГУ. Математика и механика. 2010. № 1(9). С. 96 – 106.
15. Kuznetsov G.V., Sheremet M.A. Conjugate natural convection in an enclosure with local heat sources // Int. J. Computational Thermal Sciences. 2009. V. 1. P. 341 – 360.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ:

ШЕРЕМЕТ Михаил Александрович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретической механики Томского государственного университета. E-mail: sheremet@math.tsu.ru

Статья принята в печать 05.04. 2010 г.