

УДК 536.2:532/533; 532.516

Г.В. Кузнецов, А.В. Крайнов, А.В. Коршунов

**СОПРЯЖЁННЫЙ ТЕПЛОПЕРЕНОС И ГИДРОДИНАМИКА
ПРИ ДВИЖЕНИИ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ
НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ В ОТКРЫТОЙ ПОЛОСТИ
С УЧЁТОМ ОХЛАЖДЕНИЯ ВНЕШНЕГО КОНТУРА¹**

Проведено численное моделирование движения вязкой несжимаемой неизо-термической жидкости в открытой прямоугольной полости с учётом охлаж-дения внешнего контура. Получена гидродинамическая картина течения жидкости. Получены температурные профили для твёрдой и жидкой фаз. Изучено влияние параметров модели на характер движения теплоносителя и распределение температуры в двух фазах.

Ключевые слова: *сопряжённый теплоперенос, гидродинамика, технологическая полость, вязкая несжимаемая неизо-термическая жидкость, числен-ное моделирование.*

Интерес к исследованию конвективных течений в полостях различных типов обусловлен широким прикладным значением проблемы. Огромное количество всевозможных теплотехнических устройств, используемых в энергетических ус-тановках, производственных процессах различного уровня сложности таких от-раслей промышленности, как энергетическая, металлургическая, химическая и многих других, представляют собой контуры различных типов (открытые, закры-тые) с разной геометрией, перенос тепла в которых осуществляется конвективной циркуляцией заполняющей их жидкости [1 – 4].

Опытная отработка технологий всегда предполагает высокую вероятность вы-бора не самого лучшего технологического режима как по производительности и качеству продукции, так и по затратам на его реализацию, поэтому возникает не-обходимость в теоретическом исследовании основных закономерностей гидроди-намики и теплопереноса при движении теплоносителя в ограниченном объёме.

В данной статье изучается нестационарное взаимодействие жидкости с откры-той полостью (рис. 1). Рассматривается ламинарный режим течения. Цель работы – исследовать гидродинамику и сопряжённый теплообмен при движении вязкой несжимаемой неизо-термической жидкости в полости прямоугольного типа в ус-ловиях охлаждения внешнего контура дна выемки.

Изучение описанного процесса проводилось с использованием математиче-ской модели на основе системы уравнений Навье – Стокса в переменных вихрь-функция тока, уравнения энергии, уравнения теплопроводности для материала полости с соответствующими начальными и граничными условиями [3, 5, 6]

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right); \quad (1)$$

¹ Работа выполнена в рамках реализации Федеральной целевой программы «Научные и научно-педаго-гические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 годы (ГК № П2515, ГК № П1445).

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \omega; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Pr}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right); \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \theta_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y^2} = \frac{\partial \theta_1}{\partial \text{Fo}}. \quad (4)$$

Численное решение гидродинамической задачи осуществлялось в области, ограниченной проницаемыми границами (участки входа в полость и выхода из неё) и внутренними (боковой стенкой и дном полости, линией симметрии) (рис. 1).

На дне полости – внутренняя часть области течения ($y = S$, $D < x < L$) – выставляется условие непротекания, прилипания, а также граничное условие четвёртого рода для уравнения энергии

$$\psi = 0; \quad \omega = 2 \cdot \psi(x, y + \Delta y) / (\Delta y)^2; \quad (5)$$

$$\theta_1 = \theta, \quad \lambda_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial y} = \lambda \frac{\partial \theta}{\partial y}. \quad (6)$$

Аналогичные условия выставляются на внутренней боковой стенке ($x = D$, $S < y < H$).

Условия неразрывности тепловых потоков и непротекания заданы на оси симметрии ($x = L$, $S < y < H$):

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0; \quad \omega = 0; \quad (7)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0. \quad (8)$$

На участке выхода из полости прямоугольного типа для составляющих скорости использовалось условие «сноса»

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial v}{\partial x} = 0; \quad (9)$$

для температуры – «мягкое» граничное условие: вторая производная температуры по координате y равна 0 [7,8]. Условие теплоизоляции задаётся на внешней боковой полости

$$x = 0, \quad 0 < y < H: \quad \frac{\partial \theta_1}{\partial x} = 0. \quad (10)$$

На внешней границе донной части полости ($y = 0$, $0 < x < L$) задаются граничные условия третьего рода

$$\frac{\alpha \delta}{\lambda} \Delta \theta = - \frac{\partial \theta_1}{\partial y}, \quad (11)$$

где $\Delta \theta$ – разность температур между внешней поверхностью полости и окружающей средой, θ_1 – безразмерная температура материала полости.

При исследовании процесса необходимо выполнение соотношения, определяющего расход жидкости и являющегося основной интегральной характеристикой течения:

$$\int_{x_2}^{x_0} v_+(x, y) dx = \int_{x_0}^{x_1} v_-(x, y) dx, \quad (12)$$

где x_1 – фиксированная крайняя точка входного участка, лежащая на оси симметрии; x_0 – координата точки раздела между участками с разным направлением движения жидкости в полости ($x_2 < x_0 < x_1$); x_2 – координата фиксированной крайней точки выходного участка, лежащей на боковой стенке полости; $v_-(x, y)$ – поперечная составляющая скорости движения жидкости в направлении от входного участка до дна полости; $v_+(x, y)$ – поперечная составляющая скорости движения жидкости в направлении от дна полости до участка выхода.

Начальные условия заданы в виде

$$\psi(x, y, 0) = \psi^0(x, y); \quad \theta(x, y, 0) = \theta^0(x, y). \quad (13)$$

Постановка задачи сделана при следующих допущениях: 1) материал жидкой и твёрдой фаз идентичен; 2) теплофизические параметры для материалов жидкой и твёрдой фаз приняты одними и теми же; 3) реализуется ламинарный режим течения; 4) возможные эффекты газовыделения, обусловленные химическими и физическими процессами, не учитываются.

Методом конечных разностей решены система уравнений Навье – Стокса в переменных вихрь-функция тока, уравнение энергии и уравнение теплопроводности. Разностные аналоги уравнений переноса и теплопроводности решены методом прогонки [8 – 10]. Уравнение Пуассона на каждом временном слое решалось методом последовательной верхней релаксации. Расчёты выполнялись на равномерной и неравномерной разностных сетках. Точность дискретного представления уравнений переноса во многом определяется способом аппроксимации конвективных членов.

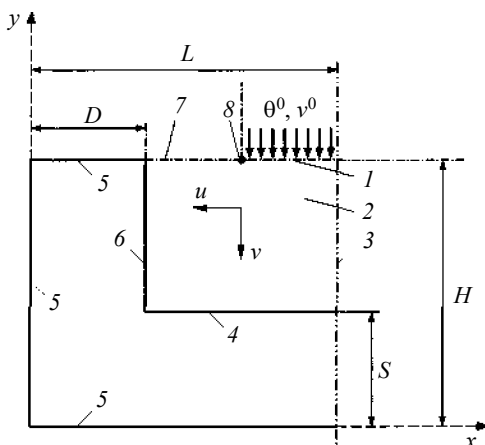


Рис. 1. Общая схема течения в полости и геометрия расчётной области: 1 – участок затекания; 2 – гидродинамическая область; 3 – ось симметрии; 4, 6 – внутренние стенки; 5 – внешние стенки; 7 – участок выхода; 8 – граница раздела между проницаемыми участками

Была использована схема с донорными ячейками, которую для произвольной функции φ , переносимой (например, в направлении x) со скоростью u , можно представить в виде

$$\varphi_{i-1} \frac{u_L + |u_L|}{2h} + \varphi_i \frac{u_p + |u_p| - u_L + |u_L|}{2h} + \varphi_{i+1} \frac{|u_p| - u_p}{2h}, \quad (14)$$

где $u_L = \frac{u_{i-1} + u_i}{2}$; $u_p = \frac{u_{i+1} + u_i}{2}$.

Схема транспортна; усреднение скоростей сохраняет в ней частично второй порядок точности.

Верификации исследуемой модели было уделено особое внимание. Для обоснования достоверности полученных теоретически результатов были проведены тестовые проверки методики и алгоритма вычислений на группе задач, близких по своим физическим моделям рассматриваемой модели.

В качестве одной из тестовых была рассмотрена задача о плоском течении в полости с верхней стенкой, движущейся в своей плоскости с постоянной скоростью [7,9]. Проведённый сравнительный анализ по профилям гидродинамических функций показал согласование результатов расчёта с данными других авторов [7,9] в пределах $\pm 7\%$ в достаточно широком диапазоне изменения чисел Рейнольдса $100 \leq Re \leq 1200$ и сеточных параметров [6]. Также была решена задача о сдвиговом течении с циркуляцией при малых числах Рейнольдса $10 \leq Re \leq 50$. Проведённый анализ сравнения по профилям функции тока в различных сечениях с данными монографии [10] показал согласование в пределах $\pm 5\%$.

Кроме этого, был проведен комплекс вычислений на последовательности из 3–4 сгущающихся сеток для наиболее типичных режимов рассматриваемого течения и установлены значения сеточных параметров, при которых результаты расчетов не зависели от числа узлов разностной сетки.

В процессе проведения численного исследования рассматривалась жидкость разных типов (вода, расплавленный свинец, жидкая сталь, мазут) с широким диапазоном изменения динамического параметра Re и параметров модели. В данной статье представлены результаты математического моделирования описанных процессов для жидкой стали. На рис. 2 – 4 приведены типичные результаты численных исследований.

Как следует из анализа установившегося поля течения, которое изучалось для различных вариантов геометрических характеристик полости при достаточно широком диапазоне изменения чисел Рейнольдса $100 \leq Re \leq 1200$, выделяется два этапа. К первому этапу можно отнести течение жидкости от входного участка до дна полости с учётом взаимодействия с ним. Течение при взаимодействии струи с дном выемки сопровождается торможением жидкости и возникновением области с повышенным давлением, что приводит к растеканию жидкости вдоль дна полости. Второй этап движения жидкости проходит от дна полости до выходного участка, образуя область возвратного течения с рециркуляционными зонами. На данном этапе продолжается торможение жидкости, в результате чего возникает также область с повышенным давлением. Области прямого и возвратного течения, соответствующие описанным этапам движения жидкости в полости, хорошо просматриваются на рис. 2.

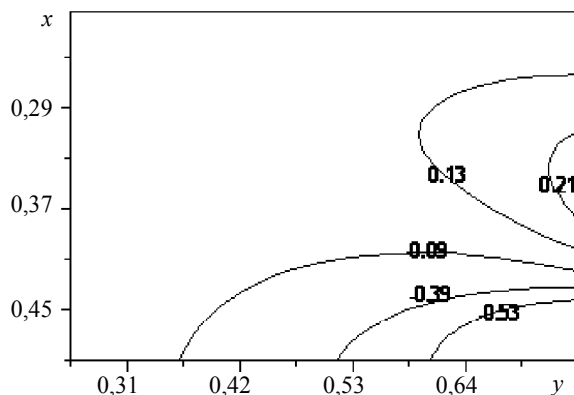


Рис. 2. Изолинии поперечной составляющей скорости в фиксированный момент времени при числе $Re = 400$ и геометрическом отношении сторон каверны $L/H = 2/3$

Проведённый анализ показывает, что характер распределения поперечной составляющей скорости качественно сохраняется на первом этапе движения. На втором этапе движения наблюдается изменение характера распределения, обусловленное влиянием геометрических характеристик полости. По мере продвижения жидкости к основанию выемки поперечная составляющая скорости падает при возрастании продольной составляющей. На возвратном этапе движения жидкости к выходному участку продольная составляющая скорости падает, а поперечная составляющая скорости начинает расти, что хорошо интерпретирует физическое представление о природе протекающего процесса.

Рассматривалось влияние на характеристики течения длины входного участка (α – обозначение длины входного участка). На рис. 3 приведено распределение поперечной составляющей скорости для $\alpha = 0,24$ (сплошные линии) и для $\alpha = 0,12$

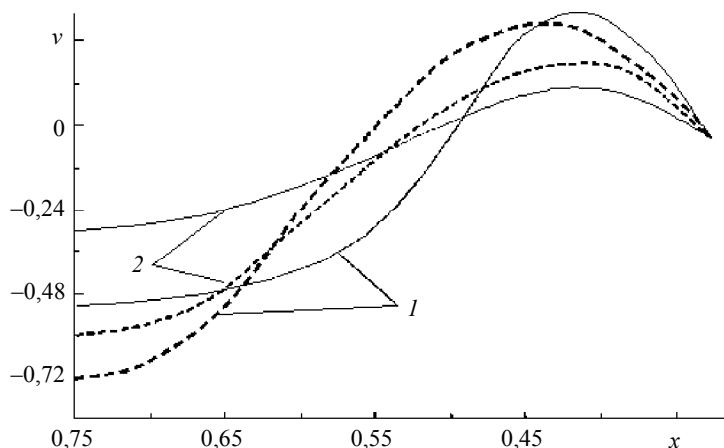


Рис. 3. Распределение поперечной составляющей скорости для $\alpha = 0,24$ (сплошные линии) и для $\alpha = 0,12$ (штриховые линии). Кр. 1 соответствуют значениям поперечной составляющей скорости в сечении $y = 0,565$; кр. 2 – $y = 0,398$

(штриховые). С увеличением длины входного участка максимальное значение поперечной составляющей скорости достаточно незначительно уменьшается на проницаемых участках полости (участки входа и выхода). Характер поведения поперечной составляющей скорости в различных сечениях полости качественно сохраняется с изменением длины входного участка.

На рис. 4 получены температурные профили в твёрдой и жидкой фазах в различных сечениях y : 0,42; 0,54; 0,61 в фиксированный момент времени при числах $Re = 400$, $Pr = 0,979$. Как видно из рисунка, температурный профиль до границы раздела фаз $x = 0,29$ убывает быстрее, чем в твёрдой фазе. Такой характер поведения температурных полей обусловлен тем, что перенос теплоты в области течения осуществляется не только теплопроводностью, но и конвекцией. Характер поведения температурных профилей в различных сечениях полости качественно сохраняется с изменением параметров загрузки на входном участке, величины α и геометрических характеристик.

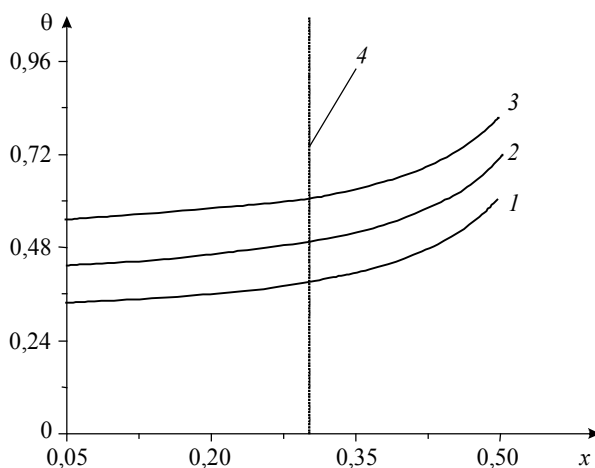


Рис. 4. Распределения температуры в твёрдой и жидкой фазах в различных сечениях y по координате x в фиксированный момент времени при числах $Re = 400$, $Pr = 0,979$: 1 – $y = 0,42$; 2 – $y = 0,54$; 3 – $y = 0,61$; 4 – граница раздела жидкой и твёрдой фаз

Результаты численного анализа позволяют оценить влияние охлаждения внешнего контура полости прямоугольного типа (со стороны донной части) на условия теплообмена и гидродинамическую картину течения теплоносителя.

На основании проведённых исследований можно сделать вывод о возможности дальнейшего расширения области применения математического аппарата [3, 5] для решения задач о конвективных течениях в открытых полостях с учётом теплообмена с окружающей средой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рыкалин Н.Н., Углов А.А., Анищенко Л.М. Высокотемпературные технологические процессы. Теплофизические основы. М.: Наука, 1985. 172 с.
2. Махнова Г.В., Рис В.В., Смирнов Е.М. Двумерная ламинарная свободная конвекция в полости, имеющей форму квадрата со скругленными углами // Свободная конвекция.

- Тепломассообмен при химических превращениях: Тр. Второй Рос. нац. конф. по теплообмену. М.: МЭИ, 1998. Т. 3. С. 100–103.
3. *Kuznetsov G.V., Krainov A.V.* Numerical research of conjugate heat change both hydrodynamics in a rectangular cavity in view of change of its phase condition // Proc. of International Conference-2006. Computational Technologies – Florida, 2006. V. 5. No. 1. P. 135–139.
 4. *Логинов В.С., Крайнов А.В., Юхнов В.Е., Феоктистов Д.В.* Примеры и задачи по теплообмену: учеб. пособие для вузов. Томск: Изд-во Том. политехнич. ун-та, 2009. 264 с.
 5. *Крайнов А.В.* Математическое моделирование движения вязкой несжимаемой жидкости в прямоугольной камере в условиях сопряженного теплообмена и неоднородности фазовых характеристик // Материалы XII Международной научно-практической конференции «Инновация-2007», Ташкент, 24 – 26 окт. 2007. Ташкент: Изд-во Национального Университета Узбекистана, 2007. С. 330–332.
 6. *Kuznetsov G.V., Krainov A.V.* Conjugate heat exchange and hydrodynamics for a viscous incompressible fluid moving in a rectangular cavity // J. Applied Mechanics and Technical Physics. 2001. V. 42. No. 5. – P. 851–856.
 7. *Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А.* Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. М.: Наука, 1984. 288 с.
 8. *Самарский А.А., Вабищевич П.Н.* Вычислительная теплопередача. М.: Едиториал УРСС, 2003. 784 с.
 9. *Тарунин Е.Л.* Вычислительный эксперимент в задачах свободной конвекции. Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1990. 225 с.
 10. *Ши Д.* Численные методы для решения задач теплообмена. М.: Наука, 1988. 544 с.

Статья принята в печать 17.11.2010 г.

Kuznetsov G.V., Krainov A.V., Korshunov A.V. CONJUGATE HEAT TRANSFER AND HYDRODYNAMICS FOR A VISCOUS INCOMPRESSIBLE NON-ISOTHERMAL FLUID IN AN OPEN CAVITY WITH ALLOWANCE FOR EXTERNAL CIRCUIT COOLING. Motion of a viscous incompressible non-isothermal fluid in an open rectangular cavity was simulated numerically with allowance for external circuit cooling. The hydrodynamic flow pattern of the fluid has been obtained. Temperature profiles for the solid and liquid phases has been constructed. The effect of the model's parameters on the character of motion of the heat carrier and temperature distribution in two phases has been studied.

Keywords: conjugate heat transfer, hydrodynamic, technological cavity, viscous incompressible non-isothermal fluid, numerical simulation.

KUZNETSOV Geney Vladimirovich (Tomsk Polytechnic University). E-mail: tiger@tpu.ru
KRAINOV Aleksandr Valer'evich (Tomsk Polytechnic University). E-mail: lux_veritatis@mail.ru
KORSHUNOV Artem Vladimirovich (Tomsk State University). E-mail: artemius3030@mail.ru