

УДК 532.3:533.6

С.А. Орлов, Л.А. Шрагер

## ИССЛЕДОВАНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА СОПРОТИВЛЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КРОНЫ КЕДРОВОЙ СОСНЫ

В работе излагаются результаты экспериментальных исследований коэффициента сопротивления элементов крон кедровой сосны при движении воздушных масс. Полученные зависимости приведены с учетом влияния формы и массы исследуемых образцов и описывают коэффициент сопротивления кроны данного вида деревьев. Результаты исследования могут быть использованы при численном моделировании движения воздушных масс в лесных массивах, насаждениях, лесозащитных полосах.

**Ключевые слова:** газовая динамика, гидродинамика, лесозащитные полосы, численное моделирование.

Задача о моделировании движения воздушных масс в лесных массивах актуальна в связи с применением лесозащитных полос в землепользовании, а также с целью защиты населенных пунктов от влияния вредных промышленных выбросов, защиты автомобильных и железных дорог от снежных и песчаных заносов, защиты жилых массивов от песчаных бурь, сильных ветров. Применение систем лесозащитных полос известно достаточно давно, однако к настоящему времени данных, позволяющих моделировать их влияние на движение воздушных масс, недостаточно. Разработанные численные методики расчета распространения порывов ветра в лесных массивах требуют задания коэффициентов сопротивления элементов лесных массивов. В связи с отсутствием конкретных данных об этих коэффициентах возникла необходимость в проведении экспериментальных работ по их определению для последующего использования при численном моделировании.

Целью настоящей работы является нахождение коэффициента сопротивления элементов кроны кедровой сосны в зависимости от скорости движения воздушных масс.

### Постановка задачи

Движение воздушных масс в лесном массиве описывается нестационарными трехмерными интегральными уравнениями, которые в объеме  $\Omega$  с поверхностью  $S$  с учетом пористости записывающейся в виде [1]

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho d\Omega + \int_S \rho (\vec{U} \cdot \vec{n}) ds = 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \vec{U} d\Omega + \int_S [p \vec{n} + (\vec{U} \cdot \vec{n}) \rho \vec{U}] ds = \int_{\Omega} (-\vec{F} + p \cdot \text{grad } \varphi) d\Omega, \\ \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \rho \left( e + \frac{|\vec{U}|^2}{2} \right) d\Omega + \int_S \rho (\vec{U} \cdot \vec{n}) \left( e + \frac{|\vec{U}|^2}{2} + \frac{p}{\rho} \right) ds = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $t$  – время;  $p$  – давление;  $\rho$  – плотность;  $e$  – внутренняя энергия;  $\vec{U}$  – вектор скорости воздуха;  $\vec{n}$  – единичная нормаль к границе  $S$ ; оператор  $(\vec{U} \cdot \vec{n})$  – проекция  $\vec{U}$  на нормаль  $\vec{n}$ ,  $F$  – сила сопротивления элементов лесного массива.

На распространение воздушных масс в лесных массивах влияет интенсивность взаимодействия между элементами крон деревьев и воздухом. В связи с тем, что в лесном массиве имеется спектр характерных размеров твердой фазы – от стволов с характерным размером порядка метра до хвои с характерным размером порядка миллиметра, то зависимость эффективной силы межфазного трения может иметь сложную структуру.

Для сравнительной оценки и определения режима обтекания кроны и ствола деревьев возьмем среднюю скорость потока воздушной массы  $U \sim 10$  м/с, плотность воздуха  $\rho_v \sim 1$  кг/м<sup>3</sup>, вязкость воздуха  $\eta \sim 1,8 \cdot 10^{-5}$  Па·с. При таких параметрах число Рейнольдса обтекания отдельных иголок хвойных пород имеет величину порядка  $\sim 5 \cdot 10^2$ . При обтекании стволов, крупных ветвей и листьев число Рейнольдса превышает критическое и обтекание этих элементов происходит в турбулентном режиме. Сила сопротивления, действующая на отдельные стволы деревьев, может быть оценена с помощью известных зависимостей для коэффициентов сопротивления круглого цилиндра [2].

Сила сопротивления отдельных иголок кедровой сосны также можно оценить как силы сопротивления цилиндров. Однако в густых кронах процессы обтекания отдельных иголок влияют друг на друга. Поэтому сила сопротивления иголок ветки кедровой сосны не равняется сумме сил сопротивления одиночных иголок и её нужно изучать как силу, действующую на ветку в целом.

При исследованиях сопротивления ветки в качестве безразмерных параметров можно выделить два числа Рейнольдса, одно из которых рассчитывается по диаметру иголок, другое – по диаметру ветки-основания, к которой крепятся иглы. Однако предварительные экспериментальные исследования показали, что при скоростях ветра до 20 м/с силы сопротивления иголок во много раз превышают силы сопротивления ветки, на которой крепятся иголки. Поэтому в дальнейшем силы сопротивления изучались в зависимости только от числа Рейнольдса, рассчитанного по диаметру иголок.

Можно предположить, что сила сопротивления единицы объема кроны  $F$ , входящая в уравнение движения (1), пропорциональна массе веток в этом объеме. Для наиболее распространенных видов деревьев массы и размеры крон подробно изучены биологами [3, 4]. Поэтому, имея ввиду применение результатов исследований для вычисления силы  $F$ , будем представлять силу сопротивления ветки в виде

$$f = \varphi(\text{Re}) m_d \frac{\rho_v U^2}{2}, \quad (2)$$

где  $m_d$  – масса исследуемой ветки,  $\varphi(\text{Re})$  – коэффициент сопротивления. Тогда, зная функцию  $\varphi(\text{Re})$  силу сопротивления  $F$  можно вычислять по формуле

$$F = \varphi(\text{Re}) M \frac{\rho_v U^2}{2}, \quad (3)$$

где  $M$  – масса веток в единице объема.

В качестве методики определения функции  $\varphi(\text{Re})$  в настоящей работе используется гидродинамический подход, при котором предлагается изучать коэффициент сопротивления ветки кедровой сосны при движении в воде.

При течениях со скоростями до 20 м/с основным параметром, определяющим обтекание тел заданной геометрии, является число Рейнольдса. Полагая число Рейнольдса в воде и воздухе равными, получим

$$\frac{U_{\text{в}}}{U} = \frac{\rho}{\rho_{\text{в}}} \frac{\eta_{\text{в}}}{\eta}, \quad (4)$$

где  $\rho$ ,  $U$ ,  $\eta$  – плотность, скорость и динамическая вязкость воздуха,  $\rho_{\text{в}}$ ,  $U_{\text{в}}$ ,  $\eta_{\text{в}}$  – плотность, скорость и динамическая вязкость воды. Подставляя в (4) величины  $\rho = 1 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_{\text{в}} = 1000 \text{ кг/м}^3$ ,  $\eta = 0,000018 \text{ Па}\cdot\text{с}$ ,  $\eta_{\text{в}} = 0,001 \text{ Па}\cdot\text{с}$ , получим соотношения скоростей  $U_{\text{в}}/U = 0,056$ . Таким образом, для получения в воде тех же самых чисел Рейнольдса, которые достигаются в воздушном потоке, нужно обеспечить скорости течения почти в 20 раз меньше, чем в воздухе. При рассмотрении скоростей воздушного потока до 20 м/с, в воде такие же числа Рейнольдса можно достичь при скоростях не превышающих 1,1 м/с.

На этом основании для исследования коэффициентов сопротивления элементов лесных массивов была собрана установка, основанная на изучении падения этих элементов в прозрачном бассейне с водой под действием сил тяжести, создаваемых специальными грузами. Схема собранной экспериментальной установки показана на рис. 1.

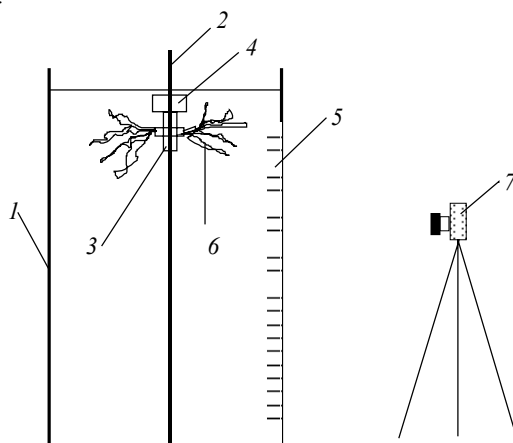


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

На схеме введены обозначения: 1 – прозрачный бассейн с водой, 2 – металлический стержень, по которому движется закрепленный в скользящей державке элемент лесного массива, 3 – скользящая державка, 4 – груз, под действием которого происходит движение ветки, 5 – мерная линейка для фиксации процесса падения, 6 – исследуемый элемент лесного массива, 7 – высокоскоростная цифровая видеокамера Citius Imagine для регистрации процесса падения.

На рис. 2 показан вырезанный из видеозаписи кадр процесса падения державки с закрепленным элементом лесного массива под действием груза.

На все элементы, находящиеся в воде, действуют сила тяжести, силы сопротивления и силы Архимеда. Введем обозначения:  $m_d$  – масса исследуемого элемента,  $m$  – суммарная масса груза и державки,  $U$  – скорость падения,  $\rho_m$  – плотность материала, из которого состоит груз,  $\rho_d$  – плотность исследуемого элемента,  $x$  – глубина погружения системы.

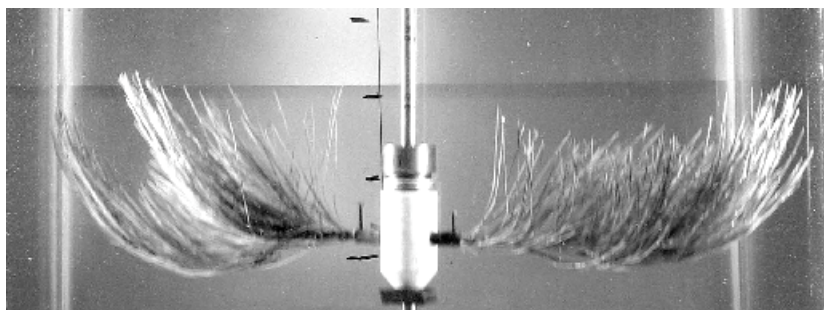


Рис. 2. Падение державки с грузом и закрепленным элементом лесного массива

Тогда движение системы при погружении описывается следующими уравнениями:

$$(m + m_d) \frac{dU}{dt} = g \left[ m \left( 1 - \frac{\rho_B}{\rho_m} \right) + m_d \left( 1 - \frac{\rho_B}{\rho_d} \right) \right] - (\varphi_R m_d + \varphi_{Rm}) \frac{\rho_B U^2}{2}; \quad (5)$$

$$\frac{dx}{dt} = U, \quad (6)$$

где  $\varphi_R$  – коэффициент сопротивления веток массой  $m_d$ ,  $\varphi_{Rm}$  – коэффициент сопротивления груза и державки.

В связи с тем, что ветки имеют сложную структуру, в состав которой входят так же иголки, то представляется трудной задача определения плотности веток. В уравнении (5) в этом случае возможно провести замену слагаемых, в которые входит плотность веток, значением выталкивающей силы, определяемой экспериментально. Также в связи с тем, что в движении участвует и некоторая сопутствующая масса воды, необходим её учет в левой части уравнения движения. Тогда уравнение движения примет вид

$$\left( m + m_d + V \frac{\rho_B}{2} \right) \frac{dU}{dt} = (m + m_d) g - F_A - F_{Am} - (\varphi_R m_d + \varphi_{Rm}) \frac{\rho_B U^2}{2}, \quad (7)$$

где  $F_A$  – выталкивающая сила для веток,  $F_{Am}$  – выталкивающая сила для державки,  $V$  – объем державки и груза. Выталкивающие силы для державки и для веток определялись экспериментально путём подбора такой массы грузов, при которых сила Архимеда компенсировалась бы силой тяжести. Это условие вытекает из (7) если положить скорость  $U = 0$  в любой момент времени. При нахождении такой массы грузов величины выталкивающих сил фиксировались и использовались при дальнейших расчетах.

### Экспериментальные исследования

Условия эксперимента позволили проводить исследования в бассейне, заполненном водой, при нормальных условиях. Глубина бассейна 85 см, через каждые 5 см были отмечены деления, которые использовались для замеров времени прохождения их державкой. Видеосъемка проводилась со скоростью 800 кадров в секунду.

На первом этапе проводились исследования по определению коэффициента сопротивления  $\varphi_{Rm}$  для державки и грузов с целью включения его в уравнение (7)

и дальнейшего более точного нахождения коэффициента сопротивления веток  $\varphi_R$ . В этом случае державка опускалась в воду без веток со всеми возможными вариантами грузов.

Уравнение движения при этом принимает вид

$$\left(m + V \frac{\rho_B}{2}\right) \frac{dU}{dt} = mg - F_{Am} - \varphi_{Rm} \frac{\rho_B U^2}{2}. \quad (8)$$

Поскольку исследования проводились с достаточно широким диапазоном грузов от 0,011 до 0,684 кг, то неизбежно влияние на коэффициент сопротивления формы используемых грузов. Данный факт не позволяет выявить явную зависимость коэффициента сопротивления  $\varphi_{Rm}(Re)$ , однако возможно построение таблицы значений для каждого груза при условии, что в последующих экспериментах с ветками необходимо использовать те же самые сочетания грузов.

Для каждого груза проводилось по три эксперимента, в результате которых были получены зависимости скорости движения державки от пространственной координаты. В дальнейшем производился подбор коэффициента  $\varphi_{Rm}$  в уравнении (8) для наилучшего совпадения расчетной скорости движения с экспериментальными точками. На рис. 3 приведен пример одной из этих зависимостей. Сплошной линией отмечена расчетная кривая скорости движения державки с грузом, маркерами отмечены экспериментальные точки.

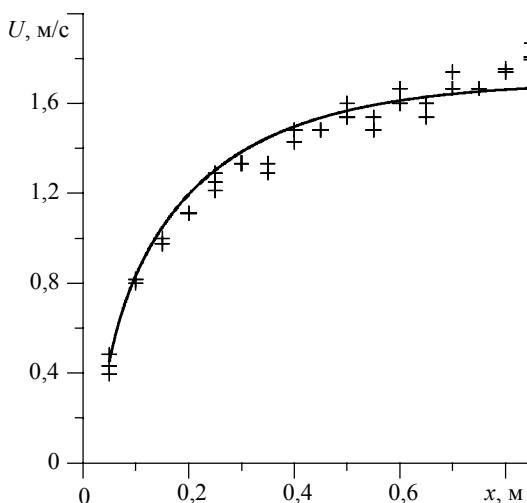


Рис. 3. Скорость движения державки с грузом 0,212 кг в зависимости от пространственной координаты

В ходе серии экспериментов для каждого груза были получены наборы скоростей в разные моменты времени, которые позволили, используя уравнение (8), подобрать коэффициенты сопротивления для всех используемых в экспериментальных исследованиях грузов, а также коэффициента сопротивления державки при различных скоростях.

После определения коэффициентов сопротивления державки и грузов была проведена серия экспериментов с теми же грузами, но при наличии двух кедровых веток. Также для каждого типа грузов было проведено по три эксперимента и

построены экспериментальные зависимости. Расчеты показали, что погрешность составила не более 15 %. Было выявлено, что скорость движения державки с грузом и ветками выходит на стационарный режим движения уже при прохождении отметки 20 см, в дальнейшем падение происходит с постоянной скоростью. Данный факт позволяет не подбирать коэффициент сопротивления для веток, а, зная коэффициенты сопротивления державки и грузов, вычислять их из уравнения (7), полагая скорость постоянной и равной стационарной в конце движения. Выражение для коэффициента сопротивления тогда будет выглядеть так:

$$\Phi_R = 2 \frac{[(m + m_d)g - F_A - F_{Am}]}{\rho_B U^2 m_d} - \frac{\Phi_{Rm}}{m_d}. \quad (9)$$

Подставляя в выражение (9) в качестве  $U$  – скорость стационарного движения державки с ветками из экспериментов найдем значения для коэффициента сопротивления исследуемых кедровых веток. В качестве стационарной скорости движения использовалась средняя стационарная скорость по трем экспериментам для каждого груза.

В табл. 1 представлены полученные в результате проведенных экспериментов значения коэффициентов сопротивления исследуемых веток кедровой сосны и державки в зависимости от числа Рейнольдса, стационарной скорости падения и массы грузов.

Таблица 1

| $m$ , кг | $U_{ст}$ , м/с | Re   | $\Phi_{Rm}$ , $M^2$ | $\Phi_R$ , $M^2/kg$ |
|----------|----------------|------|---------------------|---------------------|
| 0,042    | 0.064          | 62   | 0.0015              | 2,76                |
| 0,062    | 0.094          | 91   | 0.0015              | 2,51                |
| 0,083    | 0.121          | 118  | 0.0014              | 2,25                |
| 0,104    | 0.151          | 148  | 0.0014              | 1,91                |
| 0,151    | 0.249          | 244  | 0.0014              | 1,08                |
| 0,172    | 0.290          | 284  | 0.0014              | 0,92                |
| 0,192    | 0.335          | 328  | 0.00145             | 0,77                |
| 0,213    | 0.384          | 376  | 0.00145             | 0,66                |
| 0,234    | 0.443          | 433  | 0.00145             | 0,54                |
| 0,254    | 0.451          | 441  | 0.0015              | 0,57                |
| 0,299    | 0.591          | 578  | 0.00165             | 0,38                |
| 0,341    | 0.688          | 673  | 0.00165             | 0,32                |
| 0,382    | 0.760          | 743  | 0.00165             | 0,29                |
| 0,452    | 0.96           | 939  | 0.00165             | 0,21                |
| 0,493    | 1.064          | 1041 | 0.00165             | 0,18                |
| 0,534    | 1.20           | 1174 | 0.00165             | 0,15                |
| 0,601    | 1.25           | 1224 | 0.00165             | 0,15                |
| 0,642    | 1.346          | 1317 | 0.00165             | 0,14                |
| 0,683    | 1.412          | 1381 | 0.00165             | 0,13                |

Также были проведены исследования коэффициента сопротивления веток кедровой сосны без иголок. Выявлено, что влияние непосредственно веток на общий коэффициент сопротивления незначителен и сохраняется на постоянном уровне при разных числах Рейнольдса.

На рис. 4 представлена зависимость коэффициента сопротивления единицы массы кроны кедровой сосны в зависимости от числа Рейнольдса. Треугольника-

ми помечены коэффициенты  $\varphi_R$  для всей кроны, а ромбами – для кроны без хвои. Как видно из графика, при числах Рейнольдса больше 800, коэффициент сопротивления кроны стремится к значению коэффициента сопротивления кроны без хвои, из чего можно предположить, что при данных значениях числа Рейнольдса, влияние хвои на общий коэффициент сопротивления снижается вследствие изгиба иголок под действием набегающего потока жидкости и выравнивания их параллельно его движению (рис. 2).

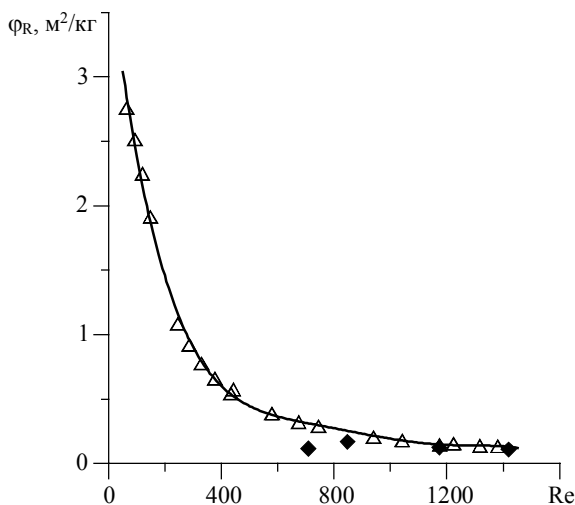


Рис. 4. Коэффициент сопротивления единицы массы кроны кедровой сосны в зависимости от числа Рейнольдса

По данным точкам, полученным из экспериментальных данных, при помощи метода наименьших квадратов была построена кривая, характеризующаяся следующим уравнением:

$$\varphi(\text{Re}) = 3,8674 - 0,0184\text{Re} + 3,9482 \cdot 10^{-5} \text{Re}^2 - 4,2382 \cdot 10^{-8} \text{Re}^3 + 2,2263 \cdot 10^{-11} \text{Re}^4 - 4,5482 \cdot 10^{-15} \text{Re}^5. \quad (10)$$

Данная зависимость может быть использована при моделировании движения воздушных масс в лесных массивах, состоящих преимущественно из кедровой сосны, при значениях числа Рейнольдса в диапазоне от 62 до 1381.

### Заключение

В результате данной работы были определены значения коэффициента сопротивления кроны кедровой сосны в диапазоне чисел Рейнольдса от 62 до 1381. В работе использован гидродинамический подход, при котором исследования проводились в воде, что позволило получать необходимые числа Рейнольдса при значительно меньших скоростях.

Построена зависимость коэффициента сопротивления кроны кедровой сосны от числа Рейнольдса. Данная зависимость может быть использована при численном моделировании движения воздушных масс в лесном массиве, состоящем преимущественно из кедровой сосны.

Выявлено, что наибольший вклад в коэффициент сопротивления вносит непосредственно крона, однако при числах Рейнольдса, превышающих 800, коэффициент сопротивления стремится к постоянному значению, приблизительно равному коэффициенту сопротивления веток кроны без хвои, что связано с изгибом хвойных иголок и выстраиванием их по набегающему потоку.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Годунов С.К., Забродин А.В., Крайко А.Н. и др. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976. 400 с.
2. Справочник по теплообменникам. В двух томах. Т.1. М.: Энергоатомиздат, 1987. 561 с.
3. Ковалев Ю.В. Архитектура деревьев // Наука и жизнь. 1988. № 12.
4. Третьякова В.А. Дифференциация деревьев и рост культур основных лесобразующих пород Сибири: автореф. дис. ... канд. биол. наук. Красноярск, 2006.

Статья поступила 20.03.2011г.

*Orlov S.Ya., Shrager L.A.* RESEARCH OF THE RESISTANCE COEFFICIENT OF CEDAR PINE CROWN ELEMENTS. In this work, the results of the experimental researches of the resistance coefficient of crown elements of a cedar pine upon movement of air masses are stated. The received dependences are presented taking into account the influence of the form and weight of the investigated samples and describe the resistance coefficient of the crone of a given kind of trees. The results of the research can be used in numerical modeling of movement of air masses in large forests, plantings, and forest shelter belts.

Keywords: gas dynamics, hydrodynamics, forest shelter belts, numerical modeling.

*ORLOV Sergey Alexandrovich* (Tomsk State University)

E-mail: orlov@ftf.tsu.ru

*SHRAGER Larisa Anatolyevna* (Tomsk State University)

E-mail: sher@ftf.tsu.ru