

УДК 536.24

М.А. Шерemet, Н.И. Шишкин

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА В ЭЛЕМЕНТЕ ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕХНИКИ¹

Проведено комплексное исследование нестационарных режимов смешанной конвекции в типичном элементе электронной техники при наличии локального источника тепла в условиях внутреннего массообмена. Математическая модель сформулирована в рамках механики сплошной среды в безразмерных переменных «функция тока – вектор завихренности – температура – концентрация». Получены распределения линий тока, поля температуры и концентрации, отражающие особенности анализируемого процесса.

Ключевые слова: *электронная техника, смешанная конвекция, теплопроводность, массоперенос, источник тепловыделения.*

Изучение процессов сопряженной естественной конвекции имеет большое значение при проектировании миниатюризированных технических устройств (микросхем, процессоров, приборов радиоэлектроники), что в первую очередь обусловлено проблемой сброса или отвода тепла. Современные тенденции развития радиоэлектронной техники связаны с ростом мощности источников передачи сигнала, уменьшением массовых и габаритных показателей, что приводит к увеличению рабочих температур. При этом в замкнутых малых объемах, при наличии поверхностей отвода теплоты во внешнюю среду, доминирующим механизмом теплообмена является естественная конвекция [1–4]. Значительная часть энергии, выделяемой при работе радиоэлектронной аппаратуры, превращается в тепловую путем теплопроводности и естественной конвекции, что приводит к повышению температуры приборов [1, 4]. Это ухудшает изоляционные свойства, изменяет плотность и подвижность носителей тока в полупроводниках, вызывает снижение индуктивности насыщения в сердечниках [5].

Целью настоящей работы является численный анализ сопряженной смешанной конвекции в прямоугольной области с источником тепла в условиях внутреннего массопереноса и внешнего вынужденного течения.

Постановка задачи

Исследуемый объект (рис. 1) представляет собой систему из шести составных частей, пять из которых – элементы твердого материала (стенки и источник тепловыделения), а шестой – газовая полость. Температура источника тепловыделения, расположенного на внутренней стороне левой стенки, является постоянной в течение всего процесса. Горизонтальные стенки $y = 0$, $y = L_y$ и вертикальная стенка $x = L_x$ предполагаются теплоизолированными с наружной стороны. На границе $x = 0$ осуществляется теплообмен с окружающей средой за счет механизмов кон-

¹ Работа выполнена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 годы (ГК № П357), а также при финансовой поддержке Президента Российской Федерации (МК-396.2010.8).

векции и излучения. В полость 4 подается газ (рис. 1), содержащий некоторую примесь заданной начальной концентрации. Через отверстие 5 происходит выход газа.

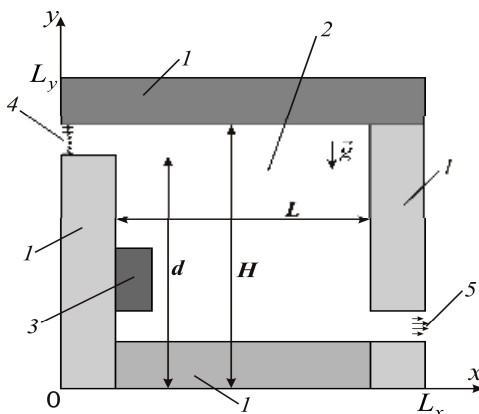


Рис. 1. Область решения: 1 – стенки; 2 – газ; 3 – источник тепловыделения; 4 – входное отверстие; 5 – выходное отверстие

Предполагается, что теплофизические характеристики элементов твердого материала и газа не зависят от температуры, а режим течения является ламинарным. Газ, занимающий внутреннюю полость, считается вязкой, теплопроводной, ньютоновской жидкостью, удовлетворяющей приближению Буссинеска. Теплообмен излучением от источника тепловыделения и между стенками предполагается пренебрежимо малым по сравнению с конвективным теплообменом. Также считается, что члены в уравнении энергии, характеризующие вязкую диссипацию и работу сил давления, пренебрежимо малы.

В такой постановке процесс переноса тепла и массы описывается системой нестационарных двумерных уравнений конвекции в приближении Буссинеска [6, 7] и уравнением диффузии в газовой полости, а также нестационарным уравнением теплопроводности для элементов твердого материала [8] с нелинейными граничными условиями.

Математическая модель сформулирована в безразмерных переменных «функция тока – вектор завихренности скорости – температура – концентрация». В качестве масштабов расстояния, времени, скорости, температуры, функции тока и завихренности были выбраны L_x , L_x/V_{in} , V_{in} , $(T_{hs} - T_0)$, $V_{in}L_x$, V_{in}/L_x . Безразмерные переменные примут следующий вид:

$$X = x/L_x, \quad Y = y/L_x, \quad \tau = tV_{in}/L_x, \quad \Theta = (T - T_0)/(T_{hs} - T_0), \\ \xi = (C - C_0)/(C_{in} - C_0), \quad U = u/V_{in}, \quad V = v/V_{in}, \quad \Psi = \psi/(V_{in}L_x), \quad \Omega = \omega L_x/V_{in},$$

где x, y – координаты декартовой системы координат; X, Y – безразмерные координаты, соответствующие координатам x, y ; L_x – длина области решения по оси x ; t – время; τ – безразмерное время; V_{in} – скорость потока на входе в полость; u, v – составляющие скорости в проекции на оси x, y соответственно; U, V – безразмерные скорости, соответствующие скоростям u, v ; Θ – безразмерная температура; T_{hs} – температура источника тепловыделения; T_0 – начальная температура области решения; ξ – безразмерная концентрация примеси; C_{in} – концентрация примеси на

входе в полость; C_0 – начальная концентрация примеси в области решения; ψ – функция тока; Ψ – безразмерный аналог функции тока; ω – завихренность скорости; Ω – безразмерный аналог вектора вихря.

Безразмерные уравнения сопряженного тепломассопереноса:

- в газовой полости (2 на рис. 1)

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \frac{\partial(U\Omega)}{\partial X} + \frac{\partial(V\Omega)}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \right) + \frac{\text{Ra}}{\text{Pr} \cdot \text{Re}^2} \left(\frac{\partial \Theta}{\partial X} + \text{Br} \frac{\partial \xi}{\partial X} \right); \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega; \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + \frac{\partial(U\Theta)}{\partial X} + \frac{\partial(V\Theta)}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Pr} \cdot \text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right); \quad (3)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial \tau} + \frac{\partial(U\xi)}{\partial X} + \frac{\partial(V\xi)}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Sc} \cdot \text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial Y^2} \right); \quad (4)$$

- для элементов твердой стенки (1 на рис. 1)

$$\frac{1}{\text{Fo}_1} \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2}. \quad (5)$$

Начальные и граничные условия для сформулированной задачи (1)–(5) рассматривались в следующем виде.

Начальные условия:

$$\Psi(X, Y, 0) = \Omega(X, Y, 0) = \Theta(X, Y, 0) = \xi(X, Y, 0) = 0,$$

за исключением источника тепловыделения, на котором в течение всего процесса $\Theta = 1$.

Граничные условия:

- на границе $X = 0$ моделировался конвективно-радиационный теплообмен с внешней средой:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial X} = \text{Bi} \cdot \Theta - \text{Bi} \cdot \Theta_e + \text{Sk} \cdot \left[\left(\Theta + \frac{T_0}{T_{\text{hs}} - T_0} \right)^4 - \left(\frac{T_e}{T_{\text{hs}} - T_0} \right)^4 \right]; \quad (6)$$

- на остальных внешних границах – условия теплоизоляции:

$$\frac{\partial \Theta(X^*, Y, \tau)}{\partial X} = 0 \text{ или } \frac{\partial \Theta(X, Y^*, \tau)}{\partial Y} = 0$$

в зависимости от положения границы;

- на входе в полость (4 на рис. 1):
 - для уравнения энергии рассматривались граничные условия 3-го рода (6),
 - для функции тока, завихренности и концентрации:

$$\Psi = Y - \frac{d}{L_x}, \quad \Omega = 0, \quad \xi = 1;$$

- на выходе из полости (5 на рис. 1):

$$\frac{\partial \Psi}{\partial X} = \frac{\partial \xi}{\partial X} = \frac{\partial \Omega}{\partial X} = \frac{\partial \Theta}{\partial X} = 0;$$

• на границах твердого материала и газа, параллельных координатным осям $OX(0Y)$, кроме границ смежных сечению $Y = H/L_x$:

$$\Psi = 0, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial Y(\partial X)} = 0, \quad \frac{\partial \xi}{\partial Y(\partial X)} = 0, \quad \Theta_1 = \Theta_2, \quad \frac{\partial \Theta_1}{\partial Y(\partial X)} = \lambda_{2,1} \frac{\partial \Theta_2}{\partial Y(\partial X)};$$

• на границах, смежных сечению $Y = H/L_x$, параллельных координатным осям $OX(0Y)$:

$$\Psi = \frac{H-d}{L_x}, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial Y(\partial X)} = 0, \quad \frac{\partial \xi}{\partial Y(\partial X)} = 0, \quad \Theta_1 = \Theta_2, \quad \frac{\partial \Theta_1}{\partial Y(\partial X)} = \lambda_{2,1} \frac{\partial \Theta_2}{\partial Y(\partial X)}.$$

Здесь $Re = V_{in} L_x / \nu$ – число Рейнольдса; ν – коэффициент кинематической вязкости газа; $Pr = \nu / a_2$ – число Прандтля; a_2 – коэффициент температуропроводности газа; $Ra = g\beta(T_{hs} - T_0)L_x^3 / \nu a_2$ – число Рэлея; g – ускорение свободного падения; β – термический коэффициент объемного расширения; $B_r = [\beta_c(C_{in} - C_0)] / [\beta(T_{hs} - T_0)]$ – параметрический критерий (параметр плавучести); β_c – диффузионный коэффициент объемного расширения; $Sc = \nu / D$ – число Шмидта; D – коэффициент диффузии; $Fo_1 = a_1 / L_x V_{in}$ – число Фурье материала твердой стенки; a_1 – коэффициент температуропроводности материала твердой стенки; $Bi = \alpha L_x / \lambda$ – число Био; λ – коэффициент теплопроводности; α – коэффициент теплообмена между внешней средой и рассматриваемой областью решения; T_e – температура окружающей среды; Θ_e – безразмерная температура окружающей среды; $Sk = \varepsilon \sigma L_x (T_{hs} - T_0)^3 / \lambda$ – число Старка; ε – приведенная степень черноты; $\lambda_{2,1} = \lambda_2 / \lambda_1$ – относительный коэффициент теплопроводности.

Задача (1)–(5) с соответствующими начальными и граничными условиями решена методом конечных разностей [9–11] на равномерной сетке. Разработанная методика решения была протестирована на модельной задаче термогравитационной конвекции в замкнутой квадратной полости [12]. Сопоставление результатов с работами других авторов [12, 13] показало, что используемый метод приводит к достаточно хорошему согласованию.

Анализ полученных результатов

Численный анализ краевой задачи (1)–(5) проведен при следующих значениях безразмерных комплексов: $Ra = 10^4, 10^5$, $Re = 200, 800$, $Pr = 0,7$, $\lambda_{2,1} = 3,7 \cdot 10^{-2}, 5,7 \cdot 10^{-4}, 6,8 \cdot 10^{-5}$, $B_r = 2$. Безразмерные определяющие температуры принимали значения: $\Theta_e = -1$, $\Theta_{hs} = 1$, $\Theta_0 = 0$. Особое внимание было уделено анализу влияния числа Рейнольдса, фактора нестационарности и теплофизических характеристик материала твердой стенки на формирование термогидродинамических режимов.

На рис. 2 представлены линии тока, поля температуры и концентрации, соответствующие режиму сопряженного теплопереноса при $Ra = 10^5$. Наличие внешнего вынужденного течения отражается на формировании мелкомасштабных гидродинамических структур (рис. 2, а), а также приводит к смещению термического факела над источником тепла. При увеличении числа Рейнольдса наблюдается

рост интенсивности вынужденного потока – увеличение скорости потока и понижение температуры внутри полости. Уровень примеси в полости повышается за счет интенсификации внешнего течения.

При исследовании проблемы охлаждения элементов радиоэлектронной аппаратуры в условиях жесткого воздействия газообразной примеси внешней среды фактор нестационарности характеризует этапы формирования и развития рециркуляционных зон в газовой полости, определяющих участки негативного воздействия среды, а также отражает интенсивность теплопереноса в ограждающей твердой оболочке. На рис. 3 представлены термогидродиффузионные поля.

Сравнивая рис. 2, б и 3, видим, что с течением времени наблюдается прогрев нижней стенки, а также происходит охлаждение верхней части полости и верхней стенки вследствие влияния холодного внешнего потока газа. Система приближается к квазистационарному гидродинамическому состоянию.

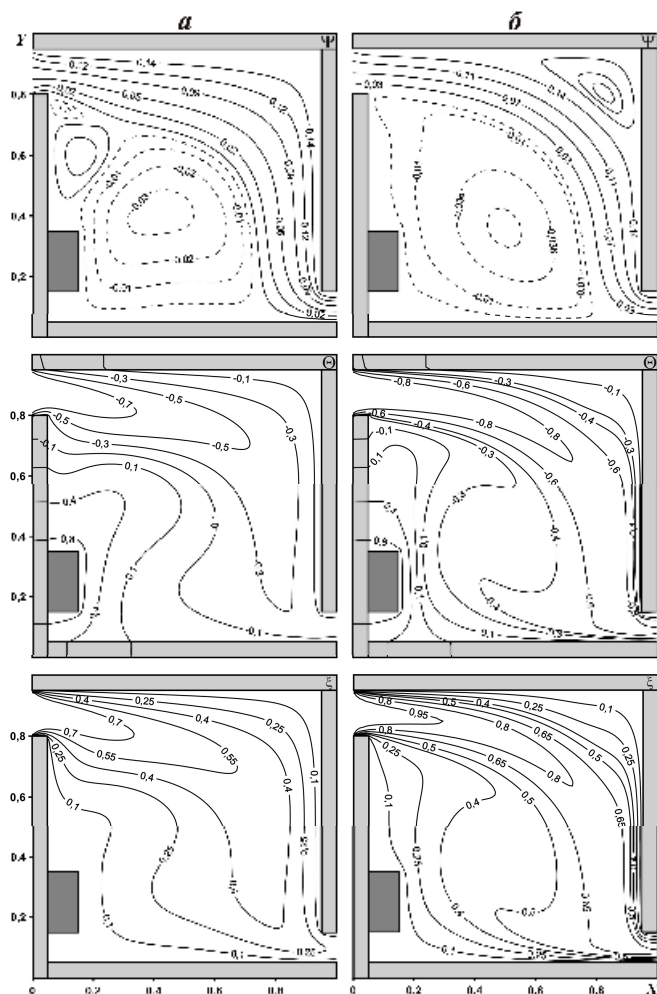


Рис. 2. Линии тока Ψ , поля температуры Θ и концентрации ξ при $Ra = 10^5$, $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$, $Br = 2$, $\tau = 100$: а – $Re = 200$, б – $Re = 800$

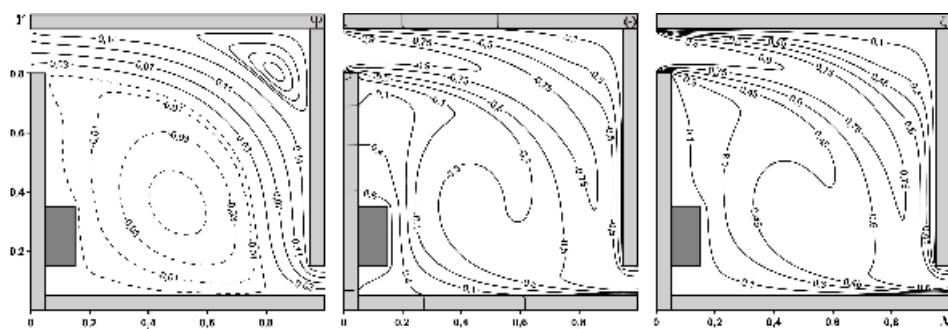


Рис. 3. Линии тока Ψ , поля температуры Θ и концентрации ξ при $Re = 800$, $Ra = 10^5$, $\lambda_{2,1} = 5,7 \cdot 10^{-4}$, $Br = 2$, $\tau = 300$

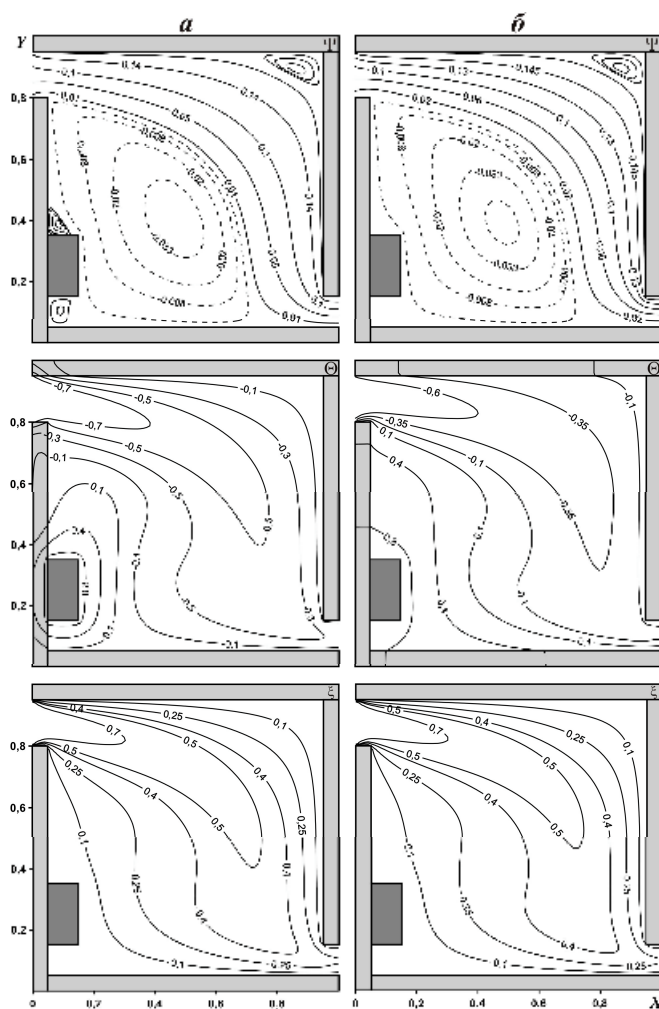


Рис. 4. Линии тока Ψ , поля температуры Θ и концентрации ξ при $Re = 200$, $Ra = 10^4$, $Br = 2$, $\tau = 100$: а – $\lambda_{2,1} = 3,7 \cdot 10^{-2}$, б – $\lambda_{2,1} = 6,8 \cdot 10^{-5}$

Изменение теплофизических характеристик материала ограждающих стенок может отражаться на картине течения и поле температуры в рабочей части анализируемого объекта. На рис. 4 представлены линии тока, поля температуры и концентрации, соответствующие различным значениям относительно коэффициента теплопроводности. С ростом коэффициента теплопроводности материала твердой стенки динамическая и диффузионная картины практически не изменяются, наблюдается значительный прогрев левой и нижней стенок, а также интенсивное охлаждение верхней стенки. Интенсификация кондукции в твердых стенках проявляется в увеличении температуры газовой полости.

Заключение

Численно решена задача сопряженной смешанной конвекции в прямоугольной области при наличии локального источника тепловыделения и внешнего вынужденного течения с газообразной примесью в широком диапазоне изменения определяющих параметров: $10^4 \leq Ra \leq 10^6$, $10^2 \leq Re < 10^3$, $Pr = 0,7$, $\lambda_{2,1} = 3,7 \cdot 10^{-2}$, $5,7 \cdot 10^{-4}$, $6,8 \cdot 10^{-5}$, $Bg = 2$. В результате получены типичные распределения линий тока, поля температуры и концентрации. Проанализировано влияние чисел Рэлея и Рейнольдса, фактора нестационарности и относительного коэффициента теплопроводности на формирование термодинамических режимов. Определены масштабы нелинейного влияния внешней среды, вследствие кондуктивного теплопереноса в твердых стенках, ограничивающих газовую полость. Установлено, что увеличение коэффициента теплопроводности материала твердой стенки приводит к интенсификации конвективного теплопереноса в полости. Рост времени отражает приближение гидродинамической системы к квазистационарному состоянию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дульнев Г.Н., Семьякин Э.М. Теплообмен в радиоэлектронных аппаратах. Л.: Энергия, 1968. 360 с.
2. Кузнецов Г.В., Шеремет М.А. Двумерная задача естественной конвекции в прямоугольной области при локальном нагреве и теплопроводных границах конечной толщины // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2006. № 6. С. 29–39.
3. Кузнецов Г.В., Шеремет М.А. Математическое моделирование тепломассопереноса в условиях смешанной конвекции в прямоугольной области с источником тепла и теплопроводными стенками // Теплофизика и аэромеханика. 2008. Т. 15, № 1. С. 107–120.
4. Краус А.Д. Охлаждение электронного оборудования. Л.: Энергия, 1971. 248 с.
5. Бирюлин Г.В., Егоров В.И., Попов Ю.Ю., Савинцева Л.А. Тепловой режим микросборок // Научно-технический вестник СПбГУ ИТМО «Исследования и разработки в области физики и приборостроения». 2006. Вып. 31. С. 115 – 117.
6. Джалаурья Й. Естественная конвекция. М.: Мир, 1983. 400 с.
7. Соковичин Ю.А., Мартыненко О.Г. Введение в теорию свободно-конвективного теплообмена. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1982. 224 с.
8. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 600 с.
9. Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. М.: Наука, 1984. 288 с.
10. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977. 656 с.
11. Вержбицкий Г.В. Основы численных методов. М.: Высшая школа, 2002. 840 с.
12. De Vahl Davis G. Natural convection of air in a square cavity: a bench numerical solution // Int. J. Numerical Methods of Fluids. 1983. V. 3. P. 249–264.

13. Dixit H.N., Babu V. Simulation of High Rayleigh Number Natural Convection in a Square Cavity using the Lattice Boltzmann Method // Int. J. Heat Mass Transfer. 2006. V. 49. P. 727–739.

Статья поступила 23.06.2010 г.

Sheremet M.A., Shishkin N.I. MATHEMATICAL SIMULATION OF UNSTEADY HEAT AND MASS TRANSFER IN AN ELEMENT OF ELECTRONIC EQUIPMENT. A complex investigation of transient mixed convection in a typical element of electronics in the presence of a local heat source under the assumption of internal mass transfer has been carried out. The mathematical model has been formulated in the context of mechanics of continua in dimensionless variables such as stream function – vorticity vector – temperature – concentration. Distributions of streamlines, temperature fields, and concentration fields reflecting the features of the analyzed process have been obtained.

Keywords: electronics, mixed convection, thermal conductivity, mass transfer, heat source.

SHEREMET Mikhail Aleksandrovich (Tomsk State University)

E-mail: sheremet@math.tsu.ru

SHISHKIN Nikita Igorevich (Tomsk State University)