

УДК 532.5:532.517.4

И.В. Ершов, К.И. Зырянов**ДИССИПАЦИЯ ВОЛН КЕЛЬВИНА – ГЕЛЬМГОЛЬЦА
В КОЛЕБАТЕЛЬНО НЕРАВНОВЕСНОМ ДВУХАТОМНОМ ГАЗЕ¹**

На основе уравнений двухтемпературной аэродинамики численно исследовано влияние колебательной релаксации на подавление неустойчивости Кельвина – Гельмгольца в развивающемся во времени сдвиговом слое колебательно неравновесного двухатомного газа.

Ключевые слова: *неустойчивость Кельвина – Гельмгольца, колебательная релаксация, кинетическая энергия возмущений, диссипация.*

В работе [1] рассматривалось влияние умеренного возбуждения внутренних степеней свободы молекул газа на развитие инерционной неустойчивости Кельвина – Гельмгольца в свободном слое сдвига. Расчеты были выполнены на основе полных уравнений Навье – Стокса сжимаемого теплопроводного газа, в которых с помощью коэффициента объемной вязкости учитывается только возбуждение вращательных степеней свободы молекул газа, а колебательные моды молекул предполагались невозбужденными.

Несмотря на инерционный характер возбуждения волн Кельвина – Гельмгольца результаты отчетливо показали, что с возрастанием объемной вязкости усиливается диссипация кинетической энергии пульсаций, а скорость ее производства уменьшается. Вместе с тем было высказано предположение, что при дополнительном возбуждении колебательных уровней энергии эти эффекты должны усилиться. В этом случае релаксационный процесс может быть использован для управления течением, например для затягивания ламинарно-турбулентного перехода, так как колебательная неравновесность легко создается искусственным путем.

В данной работе нелинейное развитие неустойчивости Кельвина – Гельмгольца рассматривается в рамках уравнений двухтемпературной аэрогидродинамики. В них предполагается, что поступательные и вращательные степени свободы молекул образуют квазиравновесный термостат, характеризуемый статической температурой потока, а релаксация колебательных степеней свободы молекул к равновесию описывается уравнением Ландау – Теллера для колебательной температуры газа [2–4]. В качестве начальных возмущений использовались невязкие моды с максимальным инкрементом нарастания, рассчитанные в рамках линеаризованной системы уравнений двухтемпературной газовой динамики.

Постановка задачи

В координатной плоскости (x_1, x_2) рассматривается плоскопараллельное сдвиговое течение колебательно неравновесного двухатомного газа, в котором стационарный (несущий) поток равномерной плотности ρ_0 направлен вдоль оси

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 08-01-00116; 11-01-00064).

абсцисс x_1 и имеет профиль скорости с точкой перегиба при $x_2 = 0$: $U_S(x_2) = U_0 \operatorname{th}(x_2/\delta_0)$, где параметр δ_0 , имеющий размерность длины, определяется соотношением

$$\delta_0 = U_0 \left[dU_S/dx_2|_{x_2=0} \right]^{-1}$$

и характеризует максимальный наклон профиля скорости.

Считается, что в невозмущенном течении все внутренние степени свободы молекул находятся в равновесии и описываются единой статической температурой потока $T_0 = \text{const}$. Отметим, что в отсутствии внешней накачки энергии в колебательную моду молекул это единственно возможное стационарное решение энергетических уравнений используемой системы уравнений двухтемпературной аэрогидродинамики.

В качестве характерных величин для обезразмеривания были выбраны длина δ_0 , асимптотическое значение скорости U_0 , постоянные плотность ρ_0 , температура T_0 и образованные из них характерные время $\tau_0 = \delta_0/U_0$ и давление $p_0 = \rho_0 U_0^2$. В обезразмеренных переменных система уравнений двухтемпературной аэрогидродинамики примет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} &= 0, \\ \rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\eta(T) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] + \frac{1}{\text{Re}} \left(\alpha_1 + \frac{1}{3} \right) \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\eta(T) \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right], \\ \rho \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + (\gamma - 1) \rho T \frac{\partial u_i}{\partial x_i} &= \frac{\gamma}{\text{Re Pr}} \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\eta(T) \frac{\partial T}{\partial x_i} \right] + \frac{\gamma_v \rho (T_v - T)}{\tau} + \\ &+ \frac{\gamma(\gamma - 1)\eta(T)M^2}{2\text{Re}} \left[\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 + 2 \left(\alpha_1 - \frac{2}{3} \right) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right)^2 \right], \\ \gamma_v \rho \left(\frac{\partial T_v}{\partial t} + u_j \frac{\partial T_v}{\partial x_j} \right) &= \frac{\gamma \alpha_2}{\text{Re Pr}} \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\eta(T) \frac{\partial T_v}{\partial x_i} \right] - \frac{\gamma_v \rho (T_v - T)}{\tau}, \\ \gamma M^2 p &= \rho T, \quad \eta(T) = T^{4/5}, \quad \gamma_v = \gamma_{vib}/(1 - \gamma_{vib}), \quad i, j = 1, 2, \end{aligned} \quad (1)$$

где по повторяющимся индексам подразумевается суммирование.

В уравнения системы (1) включена зависимость коэффициентов переноса от температуры, что позволило более полно учесть диссипативный эффект «сброса» энергии колебательной моды на поступательные степени свободы молекул, сопровождающийся возрастанием вязкости газа. Выбранная зависимость соответствует условиям относительно холодного несущего потока (мягким потенциалам межмолекулярного взаимодействия). Также принято, что удельные теплоемкости не зависят от статической и колебательной температур потока и постоянны.

Для обезразмеривания коэффициентов переноса использованы их значения при температуре T_0 , отмеченные соответствующим индексом. В коэффициенте

теплоемкости при постоянном объеме выделены парциальные теплоемкости c_{tr} , c_{rot} и c_{vib} , связанные соответственно с поступательными, вращательными и колебательными степенями свободы молекул. Коэффициент теплопроводности также разбит на сумму составляющих $\lambda_0 = \lambda_{t,0} + \lambda_{r,0}$ и $\lambda_{v,0}$, характеризующих молекулярный перенос тепла поступательными, вращательными и колебательными степенями свободы молекул.

Параметры, входящие в уравнения системы (1), определяются следующим образом. Коэффициенты $\alpha_1 = \eta_{b,0} / \eta_0$ – отношение объемной и сдвиговой вязкостей и $\alpha_2 = \lambda_{v,0} / \lambda_0$; $\gamma = (c_{tr} + c_{rot} + R) / (c_{tr} + c_{rot}) = c_p / (c_{tr} + c_{rot})$ – показатель адиабаты, R – газовая постоянная; параметр $\gamma_{vib} = c_{vib} / (c_{tr} + c_{rot} + c_{vib})$ равен отношению парциальных теплоемкостей отдельных степеней свободы молекул и косвенно характеризует степень неравновесности колебательной моды молекул, τ – время релаксации колебательной моды молекул. Параметры $Re = U_0 \delta_0 \rho_0 / \eta_0$, $M = U_0 / \sqrt{\gamma R T_0}$ и $Pr = \eta_0 c_p / \lambda_0$ – соответственно числа Рейнольдса, Маха и Прандтля несущего потока.

Система (1) описывает распространенную в аэродинамике ситуацию, когда характерные времена микроскопических процессов энергообмена между различными степенями свободы молекул газа оцениваются системой неравенств [2–4]

$$\tau_{tr} \sim \tau_{r} \ll \tau_{vv} \ll \tau_{vt} \sim \tau_0.$$

Причем в этом случае поступательные и вращательные степени свободы молекул с малыми соизмеримыми временами релаксации $\tau_{tr} \sim \tau_r$ на временах порядка характерного времени течения τ_0 образуют квазиравновесный термостат с температурой потока T . В подсистеме же колебательных уровней энергии по истечению времени τ_{vv} устанавливается квазиравновесное распределение с колебательной температурой T_v . Обмен энергией между колебательной модой и квазиравновесными степенями свободы молекул газа описывается релаксационным уравнением Ландау – Теллера с характерным временем $\tau_{vt} \equiv \tau$.

Поскольку поступательные и вращательные степени свободы молекул находятся в состоянии равновесия, то в качестве значений теплоемкостей c_{tr} и c_{rot} , связанных с поступательным и вращательным движением молекул, могут быть выбраны их равновесные значения: $c_{tr} = 3R/2$, $c_{rot} = R$. В результате, используя соотношения Эйкена [2, 3]: $\lambda_{t,0} = 5\eta_0 c_{tr} / 2$, $\lambda_{r,0} = 6\eta_0 c_{rot} / 5$, $\lambda_{v,0} = 6\eta_0 c_{vib} / 5$, получаем, что параметр α_2 может быть записан в удобном для дальнейших вычислений виде

$$\alpha_2 = \frac{\lambda_{v,0}}{\lambda_0} = \frac{12 \gamma_{vib} (c_{tr} + c_{rot})}{(1 - \gamma_{vib})(25c_{tr} + 12c_{rot})} = \frac{20 \gamma_{vib}}{33(1 - \gamma_{vib})}.$$

Нижний предел $\gamma_{vib} = 0$ соответствует случаю невозбуждения колебательной моды молекул. С другой стороны, равномерное распределение энергии по степеням свободы молекул не является здесь верхним пределом для параметра γ_{vib} , поскольку закон равномерного распределения энергии неприменим в неравновесной ситуации, опи-

сываемой системой уравнений (1), когда разрыв между статической температурой потока T и колебательной температурой T_v может быть достаточно велик. В монографии [3] показано, что при $T = 300\text{ K}$ неравновесная теплоемкость $c_{\text{vib}} \approx 1,8R$. Используя равномерное распределение энергии в состоянии термодинамического квазиравновесия по поступательным и вращательным модам молекул, получаем, что параметр $\gamma_{\text{vib}} \approx 0,42$. С ростом разрыва между температурами T_v и T значение γ_{vib} увеличивается, приближаясь в пределе к единице, когда энергия колебательной моды молекул существенно превышает температуру квазиравновесного термостата, определяемого поступательными и вращательными степенями свободы молекул. В расчетах максимальное значение параметра γ_{vib} было выбрано равным: $\gamma_{\text{vib}} = 0,4$ с тем, чтобы остаться в рамках используемой модели, избежав возбуждения высоких колебательных уровней энергии.

В принятых безразмерных переменных стационарный несущий поток задается соотношениями

$$U_S(x_2) = \text{th } x_2, \quad T_S = T_{v,S} = \rho_S = 1, \quad p_S = 1/(\gamma M^2). \quad (2)$$

В момент времени $t = 0$ на основной поток накладывалось двумерное возмущение с длиной волны λ и волновым вектором $\mathbf{k} = (\beta, 0)$, где $\beta = 2\pi/\lambda$. Исходная краевая задача ставится в бесконечной полосе, центр которой совпадает с началом координат: $x_1 \in [-x_{1,0}; x_{1,0}]$, $x_2 \in (-\infty; \infty)$. Ширина полосы по координате $x_{1,0}$ выбиралась равной длине волны возмущения $\beta = 2\pi/\lambda$, при этом $x_{1,0} = \pi/\beta$. В расчетах асимптотические условия при $x_2 \rightarrow \pm\infty$ переносились на $x_2 = \pm x_{2,0}$, где ордината $x_{2,0}$ определялась из условия достижимой компьютерной точности $|x_{2,0} - 1| \leq 10^{-12}$. В итоге было принято значение $x_{2,0} = 20$. На границах расчетной области во все моменты времени при $x_1 = \pm x_{1,0}$ ставились периодические условия, а при $x_2 = \pm x_{2,0}$ – условия невозмущенного потока (2). Начальные условия для поля скорости и термодинамических величин, включающие возмущения, определялись в виде

$$u_1(0, x_1, x_2) = \text{th } x_2 + u'_1(0, x_1, x_2), \quad u_2(0, x_1, x_2) = u'_2(0, x_1, x_2),$$

$$\rho(0, x_1, x_2) = 1 + \rho'(0, x_1, x_2), \quad T(0, x_1, x_2) = 1, \quad T_v(0, x_1, x_2) = \xi T(0, x_1, x_2),$$

где параметр ξ задает амплитуду возмущения колебательной температуры. В работах [5] показано, что при течениях в соплах, недорасширенных струях или для умеренной лазерной накачки колебательных мод, когда диссоциацией можно пренебречь, значения параметра ξ для двухатомных газов лежат в интервале $\xi = 1 - 5$. В расчетах максимальное значение параметра ξ принималось равным $\xi = 3$.

В качестве вводимых в основной поток начальных возмущений компонент вектора скорости u'_1 , u'_2 и плотности ρ' использовались собственные линейные невязкие колебания с наибольшими инкрементами нарастания, которые расчисли-

тывались в [6, 7] на основе линеаризованной системы уравнений двухтемпературной газовой динамики.

В табл. 1 приведены использованные в настоящей работе собственные значения фазовых скоростей c_i , соответствующих волновых чисел β и инкрементов роста βc_i наиболее неустойчивых невязких мод для чисел Маха несущего потока $M = 0-1$, времени колебательной релаксации $\tau = 1$ и значений параметра $\gamma_{\text{vib}} = 0, 0,4$. На рис. 1 представлены примеры изолиний поля завихренности в начальный момент времени $t = 0$:

$$\omega(0) = -\text{sech}^2 x_2 - \left[\left(\beta v_i + \frac{du_r}{dx_2} \right) \cos \beta x_1 + \left(\beta v_r - \frac{du_i}{dx_2} \right) \sin \beta x_1 \right],$$

где $u'_i = u_r + i u_i$, $u'_r = v_r + i v_i$ – комплексные компоненты возмущений поля скорости.

Таблица 1

Спектральные характеристики и инкременты роста наиболее неустойчивых невязких мод при $\tau = 1$ и $\gamma_{\text{vib}} = 0, 0,4$

M	β		c_i		βc_i	
	0	0,4	0	0,4	0	0,4
0	0,4446	0,4446	0,4266	0,4266	0,1897	0,1897
0,2	0,4260	0,4377	0,4255	0,4115	0,1813	0,1801
0,5	0,3970	0,3890	0,3556	0,3449	0,1413	0,1341
0,8	0,2790	0,2895	0,2790	0,2142	0,0778	0,0620
1	0	0	0	0	0	0

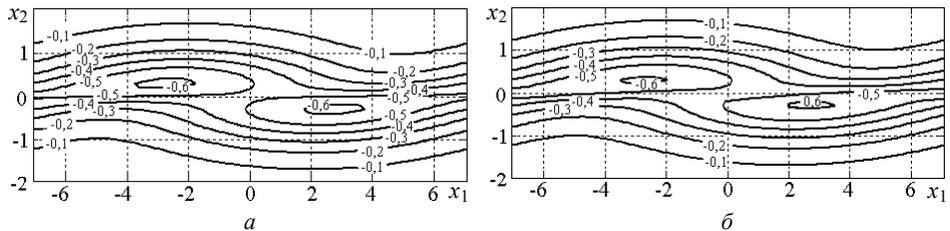


Рис. 1. Картина изолиний поля завихренности ω в момент времени $t = 0$ для $M = 0,5$ и $\tau = 1$ ($a - \gamma_{\text{vib}} = 0$; $b - \gamma_{\text{vib}} = 0,4$)

Для расчета эволюции возмущений уравнения (1) аппроксимировались весовой конечно-разностной схемой Ковени – Яненко [8] с расщеплением по физическим процессам и пространственным переменным. Ее исследование применительно к системе (1) было проведено в [5]. Вычисления велись на равномерной сетке с шагом h по обоим пространственным переменным. По периодической координате x_1 выполнялась циклическая прогонка. Шаги по времени и пространству выбирались равными $h = 0,025$ и $\Delta t = 0,01$. Режимы течения определялись следующими значениями параметров: $Re = 100$; $M = 0,2, 0,5$; $Pr = 0,75$; $\gamma = 1,4$; $\alpha_1 = 0-2$; $\xi = 1-3$, $\gamma_{\text{vib}} = 0, 0,4$; $\tau = 1-3$.

Эволюция возмущений в колебательно неравновесном двухатомном газе

Эволюция вихревого возмущения прослеживалась по поведению поля изолиний полной завихренности потока ω . Сеточная функция ω рассчитывалась с помощью аппроксимации со вторым порядком трансверсальной компоненты вектора вихря центральными разностями от компонент поля скорости. Расчеты позволили детально воспроизвести известную картину нелинейной динамики крупной вихревой структуры «cat’s-eye» в процессе возникновения и развития неустойчивости Кельвина – Гельмгольца [9]. Структура достаточно быстро при $t = 3$ достигает своего максимального размера, после чего возмущение начинает затухать. К моменту времени $t = 6$, который можно условно принять за время «жизни», структура минимизируется. При этом ее размер несколько превышает начальный. Примеры изолиний завихренности в вихре в момент достижения максимального размера, для различных значений степени колебательно неравновесности ξ приведены на рис. 2.

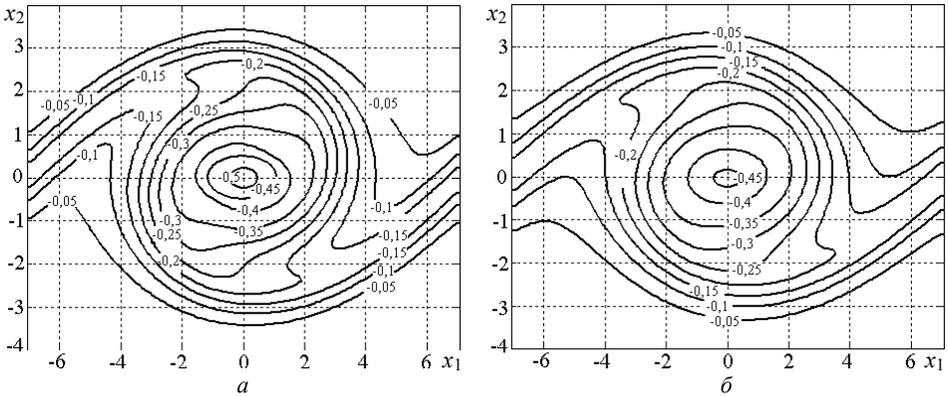


Рис. 2. Изолинии поля завихренности ω при $M = 0,5$, $\alpha_1 = 0$, $\gamma_{\text{vib}} = 0,4$ и $\tau = 1$ в момент времени $t = 3$ ($a - \xi = 1$; $b - \xi = 3$)

Сравнение картины изолиний на рис. 2 показывает, что при одинаковой начальной амплитуде возмущения поля скорости (завихренности) большее начальное возмущение колебательной моды (рис. 2, б) уменьшает градиент ω в ядре сформировавшейся вихревой структуры. В данном случае это объясняется более высокой температурой газа в ядре и соответственно большим значением сдвиговой вязкости $\eta(T)$, что приводит к большей диффузии завихренности.

В процессе приближения к термическому равновесию перетекание энергии из возбужденной колебательной моды в поступательные степени свободы молекул газа приводит к повышению статической температуры потока. Этот результат релаксационного процесса отражен на графиках рис. 3, где приведены профили колебательной и статической температур в поперечном сечении вихря. Сравниваются распределения температур для трех амплитуд возмущений ξ колебательной моды молекул в начальный момент времени $t = 0$ (кривые 1) и при $t = 3$ (кривые 2), когда структура достигает максимального размера. Видно, что при большей амплитуде возмущения ξ колебательной моды процесс релаксации идет более интенсивно. Статическая температура в ядре вихря, условно выделяемом замкну-

тими изолиниями завихренности (см. рис. 2), оказывается выше, чем на периферии области течения. Это связано с тем, что газ, попавший в ядро вихря, остается в нем в течение всей «жизни» вихря, в то время как вне ядра газ выносится конвекцией из расчетной области и релаксация продолжается за ее пределами.

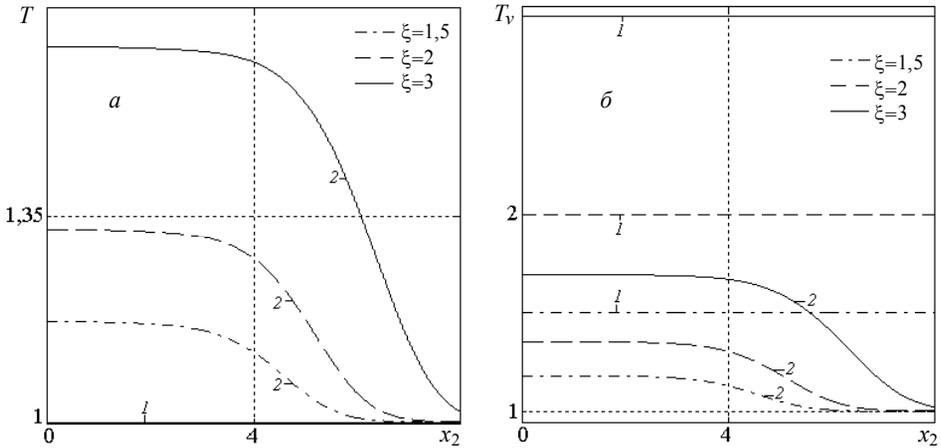


Рис. 3. Профили статической $T(x_2)$ (а) и колебательной $T_v(x_2)$ (б) температуры в сечении $x_1 = 0$ для $Re = 100$, $M = 0,5$, $\alpha_1 = 0$, $\gamma_{vib} = 0,4$ и $\tau = 1$ при $t = 0$ (кр. 1) и $t = 3$ (кр. 2)

В свою очередь, нагрев приводит к возрастанию вязкости газа и уменьшению плотности в ядре вихря. Следствием этого должно быть дополнительное затухание пульсаций скорости потока. Этот эффект был зафиксирован в работе [10], где моделировалась дорожка Кармана за цилиндром в колебательно возбужденном газе. В наших расчетах выделить в чистом виде этот канал подавления возмущений не удалось. Возможное объяснение этому заключается в том, что в [10] характерное время релаксации, амплитуда возмущений и время похождения вихрем расчетной области существенно превышали соответствующие величины, использованные в данной работе.

Процесс релаксации, свободный от влияния конвекции, можно наблюдать в центре вихря. Соответствующая эволюция во времени статической и колебательной температур к термодинамическому равновесию показана на рис. 4.

На рис. 4, а приведены релаксационные кривые для трех значений начального возбуждения. Рис. 4, б представляет процесс релаксации для трех значений характерного времени релаксации τ . Как следует из уравнения Ландау – Теллера, понижение колебательной температуры в центре вихря определяется не только релаксацией, но и молекулярной теплопроводностью. Вместе с тем кривые изменения T_v , особенно на рис. 4, б, демонстрируют преимущественно экспоненциальное убывание. Это обстоятельство вполне согласуется с оценками динамики обоих процессов, которые можно получить из уравнения для T_v . Собственно релаксация приводит к оценке $T_v(t) \sim T_v(0) \exp(-t/\tau)$. В то же время процесс теплопроводности оценивается как $T_v(t) \sim (Re Pr/t) \exp(-const \cdot Re Pr/t)$. Отсюда видно, что при рассматриваемых параметрах режима диффузионный процесс существенно медленнее релаксационного.

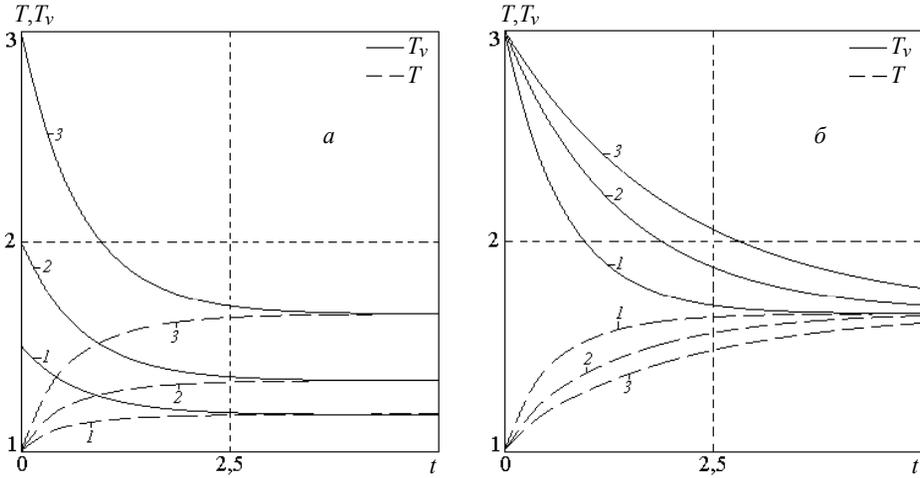


Рис. 4. Временные зависимости статической $T(t)$ и колебательной $T_v(t)$ температур в центре вихревой структуры для $Re = 100$, $M = 0,5$, $\alpha_1 = 0$, $\gamma_{vib} = 0,4$: а – $\tau = 1$ ($1 - \xi = 1,5$; $2 - \xi = 2$; $3 - \xi = 3$); б – $\xi = 3$ ($1 - \tau = 1$; $2 - \tau = 2$; $3 - \tau = 3$)

С точки зрения возможных приложений интерес представляет влияние колебательной релаксации на диссипацию кинетической энергии возмущений. Рассматривалась эволюция во времени кинетической энергии возмущения и абсолютной величины реинольдсовых напряжений:

$$E(t) = \frac{1}{2} \int_{-x_{1,0}}^{x_{1,0}} dx_1 \int_{-x_{2,0}}^{x_{2,0}} dx_2 \rho (u_1'^2 + u_2'^2), \quad \sigma_{12}(t) = \int_{-x_{1,0}}^{x_{1,0}} dx_1 \int_{-x_{2,0}}^{x_{2,0}} dx_2 |\rho u_1' u_2'|.$$

Уравнение производства энергии возмущений $D(t)$ имеет вид [11]

$$D(t) = \frac{dE}{dt} = J_1 + J_2 - \frac{1}{Re} (J_3 + \alpha_1 J_4), \quad (3)$$

$$J_1 = - \int_{-x_{1,0}}^{x_{1,0}} dx_1 \int_{-x_{2,0}}^{x_{2,0}} dx_2 \rho u_1' u_2' \frac{dU_S}{dx_2}, \quad J_2 = \int_{-x_{1,0}}^{x_{1,0}} dx_1 \int_{-x_{2,0}}^{x_{2,0}} dx_2 \rho \left(\frac{\partial u_1'}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2'}{\partial x_2} \right).$$

$$J_3 = \int_{-x_{1,0}}^{x_{1,0}} dx_1 \int_{-x_{2,0}}^{x_{2,0}} dx_2 \eta(T) \left[\left(\frac{\partial u_1'}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_1'}{\partial x_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_2'}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_2'}{\partial x_2} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{\partial u_1'}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2'}{\partial x_2} \right)^2 \right], \quad J_4 = \int_{-x_{1,0}}^{x_{1,0}} dx_1 \int_{-x_{2,0}}^{x_{2,0}} dx_2 \eta(T) \left(\frac{\partial u_1'}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2'}{\partial x_2} \right)^2.$$

Здесь величины u_1' , u_2' , p' – пульсации компонент скорости и давления, $x_{1,0} = \pi/\beta$, $x_{2,0} = 20$. Волновые числа β для различных значений режимных параметров γ_v , M и τ брались из табл. 1.

Интегралы J_1 и J_2 описывают соответственно обмен энергией между возмущением и основным потоком и работу при пульсационном расширении (сжатии) газа. Интегралы J_3 и J_4 , определяющие диссипацию кинетической энергии возмущений, в данном случае включают зависящий от температуры коэффициент сдвиговой вязкости. Последнее естественно сохраняет их положительную определенность. Таким образом, в уравнении (3) вклад релаксации колебательной моды в диссипацию кинетической энергии возмущений осуществляется не только через плотность и давление газа, связанные уравнением состояния с температурой, но и непосредственно через температурную зависимость $\eta(T) = T^{4/5}$.

Пульсационные характеристики течения определялись следующим образом:

$$\Psi'(t, x_1, x_2) = \Psi(t, x_1, x_2) - \Psi_S(t, x_1, x_2),$$

где компоненты вектор-функция Ψ представляют собой мгновенные значения характеристик возмущенного течения, а Ψ_S – соответствующие характеристики несущего потока. Поскольку в данном случае невозмущенное течение (2) не является точным стационарным решением системы (1), то его мгновенные характеристики рассчитывались параллельно с расчетом возмущенного потока. Интегралы в (3) вычислялись по квадратурным формулам трапеций с шагом $h = 0,025$ на сетке, использованной в расчетах.

Примеры временных зависимостей кинетической энергии возмущений $E(t, \xi)$ и производства пульсационной энергии $D(t, \xi)$ для некоторых режимов представлены соответственно на рис. 5, 6. Видно, что расслоение кривых $E(t)$ по параметру неравновесности колебательной энергии ξ достаточно заметное, а эволюция структуры для всех значений ξ носит универсальный характер – рост и достижение максимального значения энергии структуры при $t \approx 3$, затем ее спад и стабилизация при $t > 5$ к некоторому значению, несколько превышающему начальное.

Из графиков рис. 5 следует, что чем больше значение параметра ξ , тем меньше кинетическая энергия структуры на всем временном интервале. Возрастание глубины возбуждения колебательной моды ξ , как и увеличение объемной вязкости η_b

(параметра $\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\eta(T) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] + \frac{1}{\text{Re}} \left(\alpha_1 + \frac{1}{3} \right) \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\eta(T) \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right]$),

приводит к возрастанию диссипации кинетической энергии возмущений. Временные зависимости модуля рейнольдсовых напряжений $|\sigma_{12}|(t, \xi, \alpha_1)$ практически повторяют приведенные графики $E(t, \xi, \alpha_1)$. Вместе с тем расчеты показали, что варьирование времени колебательной релаксации τ в диапазоне, принятом в вычислениях, слабо влияет на поведение временных зависимостей $E(t)$ и $|\sigma_{12}|(t)$.

Сопоставление графиков на рис. 5, 6 показывает, что на временном интервале, где происходит рост кинетической энергии возмущений, ее производство сначала положительно и возрастает, достигая некоторого максимума, а затем начинает убывать и далее становится отрицательным, что соответствует убыванию энергии структуры. Точки перехода кривых $D(t)$ через нуль соответствуют максимумам на кривых $E(t)$, а точки максимума и минимума графиков $D(t)$ отвечают точкам перегиба на графиках $E(t)$.

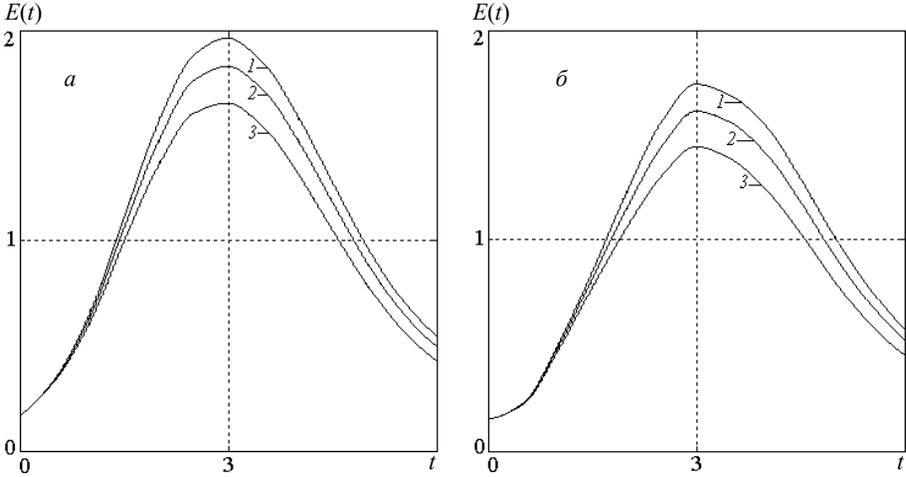


Рис. 5. Временные зависимости энергии возмущений $E(t)$ для $Re = 100$, $M = 0,5$, $\gamma_{vib} = 0,4$ и $\tau = 2$ ($a - \alpha_1 = 0$; $b - \alpha_1 = 2$; $1 - \xi = 1$; $2 - \xi = 2$; $3 - \xi = 3$)

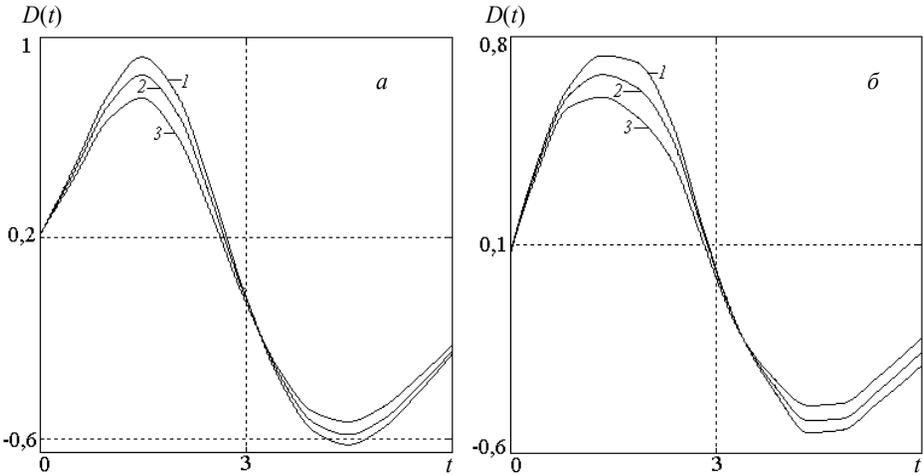


Рис. 6. Временные зависимости производства пульсационной энергии $D(t)$ для $Re = 100$, $M = 0,5$, $\gamma_{vib} = 0,4$ и $\tau = 2$ ($a - \alpha_1 = 0$; $b - \alpha_1 = 2$; $1 - \xi = 1$; $2 - \xi = 2$; $3 - \xi = 3$)

Для количественного сравнения вклада колебательной релаксации в диссипацию кинетической энергии возмущений находились относительные отклонения

$$\varepsilon_E(\xi) = \left| \frac{\langle E(t, \xi) \rangle - \langle E(t, 1) \rangle}{\langle E(t, 1) \rangle} \right| \cdot 100 \%, \quad \xi = 1,5 \div 3,$$

где угловые скобки $\langle \dots \rangle$ обозначают осреднение по условному времени «жизни» структуры $\Theta = 6$. Результаты расчетов относительных отклонений $\varepsilon_E(\xi)$ для некоторых наборов параметров представлены в табл. 2.

Из табл. 2 следует, что рост параметра ξ при фиксированных значениях числа Маха M и параметрах α_1 , τ приводит к большей диссипации кинетической энергии возмущения. В частности, в отсутствие объемной вязкости, когда $\alpha_1 = 0$, относительное уменьшение средней по времени энергии $\langle E(t, \xi) \rangle$ для $\xi = 3$, $M = 0,5$ достигает $\varepsilon_E = 9,19\%$ при $\tau = 1$ и $\varepsilon_E = 12,56\%$ при $\tau = 3$. Полученное значение хорошо согласуется с результатами работы [5] для диссипации энергии возмущений $\langle E(t, \xi) \rangle$ за счет только релаксационного процесса колебательной моды молекул при отсутствии в течение других диссипативных процессов, хотя в [5] рассматривалась модельная задача, в которой воспроизводилось только затухание структуры, что в данном случае соответствует убывающим ветвям кривых на рис. 5. В расчетах для максимальных значений объемной вязкости при $\alpha_1 = 2$, числе Маха $M = 0,5$, параметре $\xi = 3$ среднее относительное подавление кинетической энергии возмущений составило $\varepsilon_E = 10,07\%$ для времени колебательной релаксации $\tau = 1$ и $\varepsilon_E = 14,62\%$ для $\tau = 3$.

Таблица 2

Относительные отклонения $\varepsilon_E(\xi)$, %, для $Re = 100$, $\gamma_{\text{vib}} = 0,4$

M	$\tau = 1$								
	$\alpha_1 = 0$			$\alpha_1 = 1$			$\alpha_1 = 2$		
	$\xi = 1,5$	$\xi = 2$	$\xi = 3$	$\xi = 1,5$	$\xi = 2$	$\xi = 3$	$\xi = 1,5$	$\xi = 2$	$\xi = 3$
0,2	2,17	3,62	5,15	2,32	4,03	6,06	2,54	4,46	6,68
0,5	3,02	6,04	9,19	3,29	6,31	9,69	4,10	7,18	10,07
M	$\tau = 2$								
	$\alpha_1 = 0$			$\alpha_1 = 1$			$\alpha_1 = 2$		
	$\xi = 1,5$	$\xi = 2$	$\xi = 3$	$\xi = 1,5$	$\xi = 2$	$\xi = 3$	$\xi = 1,5$	$\xi = 2$	$\xi = 3$
0,2	3,07	5,12	7,28	3,27	5,69	7,96	3,59	6,31	10,67
0,5	4,24	8,52	11,99	4,45	8,89	12,58	3,10	7,18	12,07
M	$\tau = 3$								
	$\alpha_1 = 0$			$\alpha_1 = 1$			$\alpha_1 = 2$		
	$\xi = 1,5$	$\xi = 2$	$\xi = 3$	$\xi = 1,5$	$\xi = 2$	$\xi = 3$	$\xi = 1,5$	$\xi = 2$	$\xi = 3$
0,2	5,32	7,87	9,61	5,66	8,86	11,26	6,23	9,92	12,62
0,5	7,35	9,75	12,56	7,71	10,73	12,31	8,12	11,18	14,62

Можно отметить отраженную в табл. 2 однонаправленность воздействия сжимаемости, объемной вязкости и возбуждения колебательной степени свободы молекул, возрастание которых вызывает увеличение диссипации энергии возмущений. Вместе с тем видно, что допустимые возбуждения колебательной мод молекул приводит к существенно большему диссипативному эффекту по сравнению с возможным вкладом объемной вязкости. Относительная доля последнего не превышает 15%. Это позволяет рассматривать принудительную накачку колебательных степеней свободы молекул в качестве реального способа управления течениями молекулярных газов.

Заключение

Выполнено численное моделирование нелинейного развития дозвуковых вихревых возмущений в эволюционирующем во времени сдвиговом слое колебательно возбужденного газа. Диапазон параметров течения, в частности отношения коэффициентов объемной и сдвиговой вязкостей α_1 и параметра неравновесности колебательной моды ξ , соответствовал реально достижимым значениям для двухатомных газов. Полученные результаты позволяют сделать следующие выводы.

Релаксация неравновесной колебательной моды при уровнях возбуждения, которые можно получить в двухатомных газах при течениях в соплах, недорасширенных струях или умеренной лазерной накачке, сопровождается заметным подавлением вихревых возмущений. Вызванное ей относительное увеличение диссипации кинетической энергии крупной вихревой структуры, осредненное по времени ее «жизни», в отсутствие объемной вязкости достигает примерно 13 %. Этот фактор может существенно повлиять на тягу сопел реактивных двигателей, сопротивление тракта газодинамических лазеров и т.п.

Допустимые возбуждения колебательной моды в пределах $1 \leq \xi \leq 3$ приводят к существенно большему диссипативному эффекту по сравнению с возможным вкладом объемной вязкости при $\alpha_1 \leq 2$.

В заключение авторы выражают благодарность профессору Ю.Н. Григорьеву за постоянное внимание к работе и обсуждение ее результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Григорьев Ю.Н., Еришов И.В., Зырянов К.В. Численное моделирование волн Кельвина-Гельмгольца в слабо неравновесном молекулярном газе // Вычисл. технологии. 2008. Т. 13. № 5. С. 25–40.
2. Жданов В.М. Процессы переноса и релаксации в молекулярных газах / В.М. Жданов, М.Е. Алиевский. М.: Наука, 1989. 335с.
3. Нагнибеда Е.А. Кинетическая теория процессов переноса и релаксации в потоках неравновесных реагирующих газов / Е.А. Нагнибеда, Е.В. Кустова. СПб.: Изд-во С.-Петербургского ун-та, 2003. 272 с.
4. Осипов А.И., Уваров А.В. Кинетические и газокинетические процессы в неравновесной молекулярной физике // УФН. 1992. Т. 162. № 11. С. 1–42.
5. Григорьев Ю.Н., Еришов И.В., Еришова Е.Е. Влияние колебательной релаксации на пульсационную активность в течениях возбужденного двухатомного газа // ПМТФ. 2004. Т. 45. № 3. С. 15–23.
6. Григорьев Ю.Н., Еришов И.В. Устойчивость течений колебательно возбужденных газов. Энергетический подход // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. № 4 (3). С. 735–737.
7. Григорьев Ю.Н., Еришов И.В. Линейная устойчивость невязкого сдвигового течения колебательно возбужденного двухатомного газа // ПММ. 2011. Т. 45. Вып. 4. С. 581–593.
8. Ковеня В.М. Метод расщепления в задачах газовой динамики / В.М. Ковеня, Н.Н. Яненко. Новосибирск: Наука, 1981. 320 с.
9. Patnaik P.C., Sherman F.S., Corcos G.M. A numerical simulation of Kelvin-Helmholtz waves of finite amplitude // J. Fluid Mech. 1976. V. 73. Part 2. P. 215–239.
10. Винниченко Н.А., Никитин Н.В., Уваров А.В. Вихревая дорожка Кармана в колебательно-неравновесном газе // Изв. РАН. МЖГ. 2005. № 5. С. 107–114.
11. Григорьев Ю.Н., Еришов И.В. Подавление вихревых возмущений релаксационным процессом в течениях возбужденного молекулярного газа // ПМТФ. 2003. Т. 44. № 4. С. 22–34.

Статья поступила 06.10.2011 г.

Ershov I.V., Zyryanov K.I. DISSIPATION OF KELVIN-HELMHOLTZ WAVES IN VIBRATIONAL NON-EQUILIBRIUM DIATOMIC GAS. On the basis of the equations of two-temperature aerodynamics, the influence of vibrational relaxation on suppression of the Kelvin-Helmholtz instability in a developing in time shift layer of vibrational non-equilibrium diatomic gas is numerically investigated.

Keywords: Kelvin-Helmholtz instability, vibrational relaxation, kinetic energy of the disturbances, dissipation.

ERSHOV Igor Valer'evich (Novosibirsk State University of Civil Engineering)

E-mail: i_ershov@ngs.ru

ZYRYANOV Kirill Igorevich (Novosibirsk State University of Civil Engineering)

E-mail: k-zyryanov@ngs.ru