ВЕСТНИК ТОМСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА

2010 Управление, вычислительная техника и информатика № 2(11)

УПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

УДК 519.2

М.Ю. Киселева, В.И. Смагин

УПРАВЛЕНИЕ С ПРОГНОЗИРУЮЩЕЙ МОДЕЛЬЮ С УЧЕТОМ ЗАПАЗДЫВАНИЯ ПО УПРАВЛЕНИЮ

Рассматривается задача синтеза прогнозирующего управления, построенного на основе слежении за выходом системы, с учетом запаздывания по управлению. При решении задачи управления с прогнозирующей моделью учитываются ограничения, накладываемые на состояние объекта и на управление. Прогнозирование осуществляется на основе вычисления оценок состояний объекта, построенных с использованием экстраполятора Калмана. Критерием качества является выпуклая квадратичная функция.

Ключевые слова: *прогнозирующее управление*, *запаздывание*, *экстраполятор Калмана.*

Одним из современных формализованных подходов к синтезу систем управления, базирующихся на математических методах оптимизации, является теория управления динамическими объектами с использованием прогнозирующих моделей – Model Predictive Control (MPC).

Этот подход начал развиваться в начале 60-х годов XX века для управления процессами и оборудованием в нефтехимическом и энергетическом производстве, для которых применение традиционных методов синтеза было крайне затруднено в связи с исключительной сложностью их математических моделей. В последнее время область применения MPC значительно расширилась, охватывая технологические отрасли [1] и экономику при управлении производством [2, 3], при решении задач управления запасами [4] и портфелем ценных бумаг [5].

Основным достоинством MPC-подхода, определяющим его успешное использование в практике построения и эксплуатации систем управления, служит относительная простота базовой схемы формирования обратной связи, сочетающаяся с высокими адаптивными свойствами. Последнее обстоятельство позволяет управлять многомерными и многосвязными объектами со сложной структурой, оптимизировать процессы в режиме реального времени в рамках ограничений на управляющие и управляемые переменные, учитывать неопределенности в задании объектов и возмущений. Кроме того, возможен учет запаздываний, поскольку зачастую решение об управлении принимается в момент времени $t - h$, а реализация этого решения происходит в момент времени t.

Результаты настоящей статьи обобщают работу [6] на случай запаздываний по управлению.

1. Постановка задачи

Пусть имеется объект, который в пространстве состояний описывается системой линейных разностных уравнений вида

$$x_{t+1} = Ax_t + Bu_{t-h} + w_t\,,\ x_0 = \overline{x}_0\,; \tag{1}$$

$$\psi_t = Hx_t + v_t\,; \tag{2}$$

$$y_t = Gx_t\,, \tag{3}$$

где $x_t \in R^n$ – состояние объекта; $u_t \in R^m$ − управление ($u_t = \overline{u}_t$, $t = -h, -h+1,..., -1$, $\overline{u}_t$ – заданные значения); $y_t \in R^p$ − выход; $\psi_t \in R^l$ − наблюдение; h – величина запаздывания.

Далее будем полагать, что случайные возмущения w_t и шумы измерения v_t не коррелированны между собой и подчиняются гауссовскому распределению с нулевым средним и с соответствующими ковариациями

$$M\{w_t w_k^{\mathrm{T}}\} = W\delta_{t,k}\,,\ M\{v_t v_k^{\mathrm{T}}\} = V\delta_{t,k}$$

где $\delta_{t,k}$ – символ Кронекера.

Ограничения на векторы состояния и управления зададим в виде

$$a_1 \le S_1 x_t \le a_2\,; \tag{4}$$

$$\varphi_1(x_t) \le S_2 u_{t-h} \le \varphi_2(x_t), \tag{5}$$

где S_1 и S_2 – структурные матрицы, состоящие из нулей и единиц и определяющие компоненты векторов x_t и u_t, на которые накладываются ограничения; a_1, a_2, $\varphi_1(x_t)$ и $\varphi_2(x_t)$ – заданные постоянные векторы и вектор-функции соответствующих размерностей.

Задача состоит в том, чтобы по наблюдениям ψ_t определить стратегию управления, при которой вектор выхода системы y_t будет близок к заданному вектору $\overline{y}_t$ с учетом ограничений (4), (5).

2. Построение прогнозирующего управления

Поскольку случайные возмущения w_t и шумы измерения v_t имеют гауссовское распределение, то можно синтезировать алгоритм оптимального прогнозирования поведением объекта и вектором выхода, используя экстраполятор Калмана [7]. Пусть $\hat{x}_{i|j}$ и $\hat{y}_{i|j}$ − оценки состояния и вектора выхода в момент времени i, вычисляющие информацию с j-го момента времени, $j \le i$. Тогда

$$\hat{x}_{t+1|t} = A\hat{x}_{t|t-1} + Bu_{t-h} + K_t(\psi_t - H\hat{x}_{t|t-1})\,,$$

$$\hat{y}_{t+1|t} = G\hat{x}_{t+1|t}\,,$$

$$K_t = AP_tH^{\mathrm{T}}(HP_tH^{\mathrm{T}} + V)^{-1}\,,$$

$$P_{t+1} = W + AP_tA^{\mathrm{T}} - AP_tH^{\mathrm{T}}(HP_tH^{\mathrm{T}} + V)^{-1}HP_tA^{\mathrm{T}}\,,\ P_0 = P_{x_0}\,. \tag{6}$$

Указанное выражение для P_t известно как разностное уравнение Риккати с дискретным временем, P_{x_0} − начальное значение дисперсионной матрицы.

Из уравнений (6) можно построить прогнозируемые оценки вектора состояния и вектора выхода системы для моментов t+2,…, t+N:

$$\hat{x}_{t+i+1|t} = A\,\hat{x}_{t+i|t} + Bu_{t-h+i|t}\ ,\ \hat{x}_{1|0} = \overline{x}_0\ ,\ i = \overline{1,N}\ ; \tag{7}$$

$$\hat{y}_{t+i|t} = G\,\hat{x}_{t+i|t}\ ,\ i = \overline{1,N}\ . \tag{8}$$

Здесь $u_{t-h+i|t}$ – управление, используемое для прогнозирования, u_{t-h+i} – действующее управление в момент $t+i$, N – горизонт прогнозирования.

Используя уравнение (7), запишем следующие соотношения:

$$\hat{x}_{t+2|t} = A\hat{x}_{t+1|t} + Bu_{t-h+1|t}\ ,$$

$$\hat{x}_{t+3|t} = A\hat{x}_{t+2|t} + Bu_{t-h+2|t} = A(A\hat{x}_{t+1|t} + Bu_{t-h+1|t}) + Bu_{t-h+2|t} = A^2\hat{x}_{t+1|t} + ABu_{t-h+1|t} + Bu_{t-h+2|t}\ ,$$

. . . .

$$\hat{x}_{t+j|t} = A^{j-1}\hat{x}_{t+1|t} + \sum_{k=1}^{j-1} A^{j-k-1}Bu_{t-h+k|t}\ ,\ j = \overline{2,N}\ . \tag{9}$$

Аналогично может быть представлено и уравнение (8). Важно заметить, что каждый прогнозируемый вектор выхода – это функция только от начального состояния $\hat{x}_{t+1|t}$ и будущих управляющих сигналов $u_{t-h+i|t}$:

$$\hat{y}_{t+1|t} = G\,\hat{x}_{t+1|t}\ ,$$

$$\hat{y}_{t+2|t} = G\hat{x}_{t+2|t} = G(A\hat{x}_{t+1|t} + Bu_{t-h+1|t}) = GA\hat{x}_{t+1|t} + GBu_{t-h+1|t}\ ,$$

. . . .

$$\hat{y}_{t+j|t} = GA^{j-1}\hat{x}_{t+1|t} + G\sum_{k=1}^{j-1} A^{j-k-1}Bu_{t-h+k|t}\ ,\ j = \overline{2,N}\ . \tag{10}$$

Приведенные уравнения для прогнозируемых векторов состояния и выхода могут быть записаны в векторно-матричной форме. Для этого введем следующие обозначения:

$$\hat{X}_t = \begin{bmatrix} \hat{x}_{t+1|t} \\ \vdots \\ \hat{x}_{t+N|t} \end{bmatrix},\ \hat{Y}_t = \begin{bmatrix} \hat{y}_{t+1|t} \\ \vdots \\ \hat{y}_{t+N|t} \end{bmatrix},\ U_{t-h} = \begin{bmatrix} u_{t-h+1|t} \\ \vdots \\ u_{t-h+N|t} \end{bmatrix},\ \Psi = \begin{bmatrix} E_n \\ A \\ A^2 \\ \vdots \\ A^{N-1} \end{bmatrix},\ \Lambda = \begin{bmatrix} G \\ GA \\ GA^2 \\ \vdots \\ GA^{N-1} \end{bmatrix},$$

$$\mathrm{P} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ B & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ AB & B & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ A^{N-2}B & A^{N-3}B & \cdots & B & 0 \end{bmatrix},\ \Phi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ GB & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ GAB & GB & 0 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ GA^{N-2}B & GA^{N-3}B & \cdots & GB & 0 \end{bmatrix}, \tag{11}$$

где E_n – единичная матрица размера $n\times n$. Тогда прогнозирующая модель (9), (10) примет вид

$$\hat{X}_t = \Psi\hat{x}_{t+1|t} + \mathrm{P}U_{t-h}\ ,$$

$$\hat{Y}_t = \Lambda\hat{x}_{t+1|t} + \Phi U_{t-h}\ . \tag{12}$$

3. Синтез прогнозирующего управления

Для решения поставленной задачи в качестве целевой функции используется критерий

$$J(t)=\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N}\left\{\left\|\hat{y}_{t+k|t}-\overline{y}_t\right\|_C^2+\left\|u_{t-h+k|t}-u_{t-h+k-1|t}\right\|_D^2\right\}, \quad (13)$$

где матрицы $C>0$ и $D>0$ – весовые матрицы.

В случае, когда желаемая отслеживаемая траектория управления $\overline{y}_{t+k}$ не известна для $k\geq 0$, целесообразно считать $\overline{y}_{t+k}=\overline{y}_t$. Это означает, что заданный уровень устанавливается постоянным в течение всего времени прогнозирования.

Преобразуем целевую функцию (13). Введем вектор

$$\overline{Y}_t=\begin{bmatrix}\overline{y}_{t+1}\\ \vdots \\ \overline{y}_{t+N}\end{bmatrix}.$$

Тогда с учетом (12) получим

$$\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N}\left\|\hat{y}_{t+k|t}-\overline{y}_t\right\|_C^2=\frac{1}{2}\left\|\hat{Y}_t-\overline{Y}_t\right\|_C^2=$$

$$=\frac{1}{2}U_{t-h}^{\mathrm{T}}\Phi^{\mathrm{T}}\overline{C}\Phi U_{t-h}+U_{t-h}^{\mathrm{T}}[\Phi^{\mathrm{T}}\overline{C}\Lambda\hat{x}_{t+1|t}-\Phi^{\mathrm{T}}\overline{C}\overline{Y}_t]+c_1. \quad (14)$$

Здесь c_1 – постоянная составляющая, которая не зависит от U_{t-h} и $\hat{x}_{t+1|t}$, а $\overline{C}$ имеет вид

$$\overline{C}=\begin{bmatrix}C & 0 & \vdots & 0\\ 0 & C & \vdots & 0\\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots\\ 0 & 0 & \vdots & C\end{bmatrix}.$$

Аналогично

$$\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{N}\left\|u_{t-h+k|t}-u_{t-h+k-1|t}\right\|_D^2=\frac{1}{2}U_{t-h}^{\mathrm{T}}\overline{D}U_{t-h}-u_{t-h+1|t}^{\mathrm{T}}Du_{t-h}+c_2, \quad (15)$$

где c_2 – постоянная, не зависящая от u_{t-h+k} ($k=\overline{1,N}$), $\overline{D}$ представляется в виде

$$\overline{D}=\begin{bmatrix}2D & -D & 0 & \vdots & 0\\ -D & 2D & -D & \vdots & 0\\ \cdots & \ddots & \ddots & \ddots & \cdots\\ 0 & \cdots & -D & 2D & -D\\ 0 & \cdots & 0 & -D & 2D\end{bmatrix}.$$

Таким образом, с учетом (14), (15) целевая функция запишется следующим образом:

$$J(t)=\frac{1}{2}U_{t-h}^{\mathrm{T}}FU_{t-h}+U_{t-h}^{\mathrm{T}}f+c_3, \quad (16)$$

где c_3 есть линейная комбинация c_1 и c_2, а матрица F и вектор f определяются соотношениями

$$F=\Phi^{\mathrm T}\bar C\Phi+\bar D,\quad f=\Gamma\begin{bmatrix}\hat x_{t+1|t}\\ \bar Y_t\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}Du_{t-h}\\ 0\\ \vdots\\ 0\end{bmatrix},\quad \Gamma=\begin{bmatrix}\Phi^{\mathrm T}\bar C\Lambda & -\Phi^{\mathrm T}\bar C\end{bmatrix}.$$

Аналитическое решение данной задачи без учета ограничений с использованием формул векторно-матричного дифференцирования [8]

$$y^{\mathrm T}Ay=\operatorname{tr}Ayy^{\mathrm T},\ \frac{d\operatorname{tr}AXB}{dX}=A^{\mathrm T}B^{\mathrm T},\ \frac{d\operatorname{tr}AX^{\mathrm T}B}{dX}=BA$$

получится из условия $\dfrac{\partial J}{\partial U_{t-h}}=0$:

$$\frac{\partial J}{\partial U_{t-h}}=\frac{\partial}{\partial U_{t-h}}\left[\frac12 U_{t-h}^{\mathrm T}FU_{t-h}+U_{t-h}^{\mathrm T}f+c\right]=$$

$$=\frac12\frac{\partial(\operatorname{tr}FU_{t-h}U_{t-h}^{\mathrm T})}{\partial U_{t-h}}+\frac{\partial(U_{t-h}^{\mathrm T}f)}{\partial U_{t-h}}=\frac12\left[F^{\mathrm T}U_{t-h}+FU_{t-h}\right]+f=0. \qquad (17)$$

В силу симметричности матрицы F уравнение (17) можно представить в виде

$$FU_{t-h}+f=0.$$

Решение этого уравнения определяется выражением

$$U_{t-h}^{*}=-(\Phi^{\mathrm T}\bar C\Phi+\bar D)^{-1}(\Phi^{\mathrm T}\bar C\Lambda\hat x_{t+1|t}-\Phi^{\mathrm T}\bar C\bar Y_t)-\begin{pmatrix}Du_{t-h}\\ 0\\ \cdots\\ 0\end{pmatrix},$$

что позволяет найти оптимальное прогнозирующее управление

$$u_{t-h+1|t}^{*}=(E_n\quad 0\quad\cdots\quad 0)U_{t-h}^{*}.$$

3. Моделирование управления экономической системы

В качестве примера рассмотрен вариант экономической системы [3, 6], предназначенной для производства, хранения и поставок товаров потребителям:

$$q_{t+1}=\bar A q_t+\varphi_{t-h}+\xi_t,\ q_0=\bar q_0,$$

$$z_{t+1}=z_t+\bar B\omega_{t-h}-\varphi_{t-h}+\zeta_t,\ z_0=\bar z_0, \qquad (18)$$

где $q_t\in R^s$, $q_{i,t}$ – количество товаров i-го типа у потребителя в момент времени t ($t=\overline{1,T}$, $i=\overline{1,s}$); $z_{i,t}$ – количество товаров i-го типа на складе производителя; $\omega_{i,t}$ – объем производства товаров i-го типа; $\varphi_{i,t}$ – объем поставок товаров i-го типа; h – величина запаздывания (целое число), ξ_t, ζ_t – векторные гауссовские случайные последовательности с характеристиками $M\{\xi_t\}=0$, $M\{\zeta_t\}=0$, $M\{\xi_t\xi_k^{\mathrm T}\}=\Sigma\delta_{t,k}$, $M\{\zeta_t\zeta_k^{\mathrm T}\}=\Xi\delta_{t,k}$, $M\{\xi_t\zeta_k^{\mathrm T}\}=0$; $\bar A$ и $\bar B$ – матрицы, определяющие динамику производства и потребления. В модели (18) случайные векторы ξ_t, ζ_t учитывают ошибки, возникающие из-за погрешностей при задании модели.

В каждый момент времени t должны выполняться ограничения

$$z_{\min} \le z_t \le z_{\max},\ 0 \le \omega_{t-h} \le \omega_{\max},\ 0 \le \varphi_{t-h} \le z_t. \tag{19}$$

Переменные ω_t и φ_t рассматриваются как управляющие воздействия, и их значения при $t = -h, -h+1,..., -1$ заданы. Задача состоит в том, чтобы по наблюдениям определить стратегию управления производством, хранением и поставками товаров, обеспечивающую количество товаров у потребителя q_t, близкое к заданному вектору $\bar{q}$, с учетом ограничений вида (19).

Модель экономической системы (18) сводится к модели (1) при $n = 2s$ с ограничениями (4), (5), если ввести следующие обозначения:

$$x_t = \begin{bmatrix} q_t \\ z_t \end{bmatrix},\ u_{t-h} = \begin{bmatrix} \varphi_{t-h} \\ \omega_{t-h} \end{bmatrix},\ A = \begin{bmatrix} \bar{A} & 0 \\ 0 & E_s \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} E_s & 0 \\ -E_s & \bar{B} \end{bmatrix},\ w_t = \begin{bmatrix} \xi_t \\ \zeta_t \end{bmatrix},\ W = \begin{bmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & \Xi \end{bmatrix},$$

$$a_1 = z_{\min},\ a_2 = z_{\max},\ S_1 = [0 \quad E_s],\ \varphi_1(x_t) = 0,\ S_2 = \begin{bmatrix} E_s & 0 \\ 0 & E_s \end{bmatrix},\ \varphi_2(x_t) = \begin{bmatrix} z_t \\ \omega_{\max} \end{bmatrix}.$$

Оптимизационная задача решается на каждой итерации для прогнозированных значений вектора состояния. При решении задачи минимизации критерия (16) численно с использованием системы Matlab [9] необходимо преобразовать ограничения к векторно-матричному виду. Тогда ограничение на объем производства $\omega_{t-h+i|t-h} \le \omega_{\max}$ для расширенной системы определяется неравенством

$$R_1 U_{t-h} \le \bar{E}\omega_{\max}\ ; \tag{20}$$

ограничение на объем поставки $\varphi_{t-h+i|t-h} \le \hat{z}_{t-h+i|t-h}$ запишется в виде

$$R_2 U_{t-h} \le R_1 \Psi \hat{x}_{t-h+1|t-h} + R_1 \mathrm{P} U_{t-2h}\,. \tag{21}$$

Так как $\omega_{t-h+i|t-h} \ge 0$ и $\varphi_{t-h+i|t-h} \ge 0$, то

$$U_{t-h} \ge 0. \tag{22}$$

Ограничения $\hat{z}_{t+i|t} \le z_{\max}$, $\hat{z}_{t+i|t} \ge z_{\min}$ задаются неравенствами

$$R_1 \mathrm{P} U_{t-h} \le \bar{E} z_{\max} - R_1 \Psi \hat{x}_{t+1|t}\ ; \tag{23}$$

$$-R_1 \mathrm{P} U_{t-h} \le -\bar{E} z_{\min} + R_1 \Psi \hat{x}_{t+1|t}\,. \tag{24}$$

В (20), (21), (23), (24) матрицы $R_1, R_2, \bar{E}$ выражаются следующим образом:

$$R_1 = \begin{bmatrix} 0 & E_s & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_s & \cdots & 0 & 0 \\ \ldots & & \ldots & & \ddots & \ldots & \\ 0 & 0 & 0 & & \cdots & 0 & E_s \end{bmatrix},\ R_2 = \begin{bmatrix} E_s & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_s & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \ldots & & \ldots & & \ddots & \ldots & \\ 0 & 0 & 0 & & \cdots & E_s & 0 \end{bmatrix},\ \bar{E} = \begin{bmatrix} E_s \\ E_s \\ \ldots \\ E_s \end{bmatrix}.$$

Моделирование проведено для следующих исходных данных:

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0,75 & 0 \\ -0,25 & 0,9 \end{bmatrix},\ \bar{B} = \begin{bmatrix} 0,3 & 0,1 \\ 0,2 & 0,8 \end{bmatrix},\ z_{\min} = \begin{bmatrix} 0,1 \\ 0,1 \end{bmatrix},\ z_{\max} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\omega_{\max} = \begin{bmatrix} 0,8 \\ 0,7 \end{bmatrix},\ z_0 = \begin{bmatrix} 0,2 \\ 0,2 \end{bmatrix},\ q_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix},\ \bar{q} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix},$$

$$h = 1,\ N = 8,\ H = E_4,\ W = 0,\ V = \mathrm{diag}\{0,0005;\ 0,0005;\ 0,0005;\ 0,0005\}.$$

Результаты численного моделирования приведены в виде графиков переходных процессов на рис. 1 – 3.

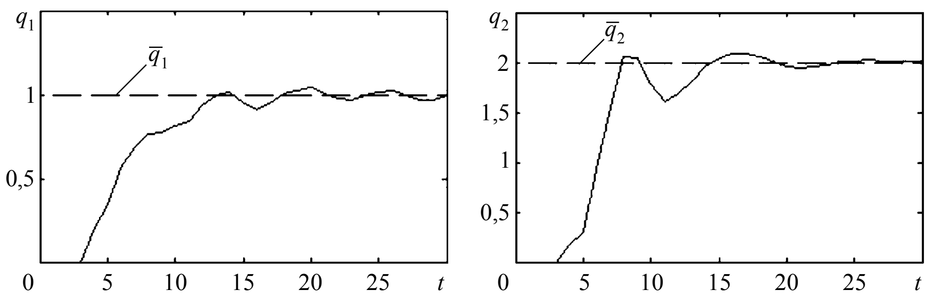

Рис. 1. Динамика изменения количества товаров у потребителя

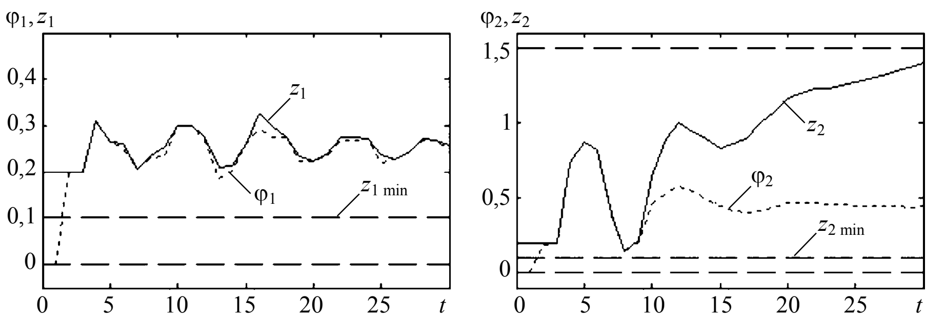

Рис. 2. Динамика изменения количества товаров на складе и объемов поставок

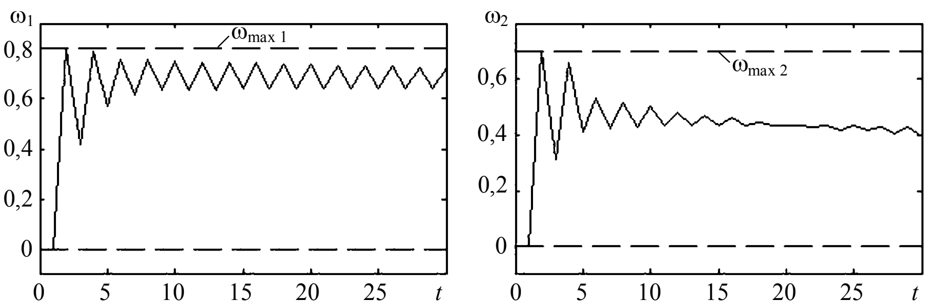

Рис. 3. Процессы изменения объемов производства товаров

Моделирование экономического объекта подтвердило работоспособность алгоритма. Показано, что цель достигается, ограничения на переменные управления и состояния в условиях запаздывания в контуре управления выполняются.

Заключение

Получено решение задачи синтеза прогнозирующего управления выходом дискретного объекта, с запаздыванием по управлению с учетом ограничений в форме неравенств. Для вычисления прогнозируемых значений используется экстраполятор Калмана.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Camacho E.F.*, *Bordons C.* Model predictive control. London: Springer-Verlag, 2004. 405 p.
2. *Параев Ю.И.* Решение задач об оптимальном производстве, хранении и сбыте товара // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2000. № 2. С. 103 – 107.
3. *Перепелкин Е.А.* Прогнозирующее управление экономической системой производства, хранения и поставок товаров потребителям // Экономика и математические методы. 2004. Т. 40. № 1. С. 125 – 128.
4. *Aggelogiannaki E.*, *Doganis Ph.*, *Sarimveis H.* An Adaptive Model Predictive Control configuration for Production-Inventory Systems // International Journal of Production Economics. 2008. V.114. P. 165 – 178.
5. *Домбровский В.В.*, *Домбровский Д.В.*, *Лященко Е.А.* Управление с прогнозирующей моделью системами со случайными зависимыми параметрами при ограничениях и применение к оптимизации инвестиционного портфеля // Автоматика и телемеханика. 2006. № 12. С. 71 – 85.
6. *Киселева М.Ю.*, *Смагин В.И.* Управление производством, хранением и поставками товаров на основе прогнозирующей модели выхода системы // Вестник ТГУ. Управление, вычислительная техника и информатика. 2009. № 2(7). С. 24 – 30
7. *Браммер К.*, *Зиффлинг Г.* Фильтр Калмана – Бьюси. М.: Наука. 1972. 200 с.
8. *Амосов А.А.*, *Колпаков В.В.* Скалярно-матричное дифференцирование и его применение к конструктивным задачам теории связи // Проблемы передачи информации. 1972. № 1. С. 3 – 15.
9. *Смагин В.И.* Пакет прикладных программ Matlab 5.3: учеб. пособие. Томск: Изд-во Том. ун-та, 2006. 123 с.

Киселева Марина Юрьевна
Смагин Валерий Иванович
Томский государственный университет
E-mail: kiselevamy@gmail.com; vsm@mail.tsu.ru
Поступила в редакцию 19 декабря 2009 г.