

УДК 519.21

А.М. Горцев, А.А. Калягин

ОПТИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА СОСТОЯНИЙ ОБОБЩЕННОГО ПОЛУСИНХРОННОГО ПОТОКА СОБЫТИЙ В УСЛОВИЯХ НЕПРОДЛЕВАЮЩЕГОСЯ МЕРТВОГО ВРЕМЕНИ

Рассматривается задача оптимальной оценки состояний полусинхронного дважды стохастического потока с иницированием дополнительных событий (обобщенный полусинхронный поток событий) с двумя состояниями, являющегося одной из математических моделей информационных потоков заявок, функционирующих в цифровых сетях интегрального обслуживания – ЦСИО (Integrated Service Digital Networks – ISDN). Условия наблюдения за потоком таковы, что каждое событие порождает период мертвого времени, в течение которого другие события потока недоступны наблюдению и не вызывают продления его периода (непродлевающееся мертвое время). Находится явный вид апостериорных вероятностей состояний потока. Решение о состоянии потока выносится по критерию максимума апостериорной вероятности. Приводятся численные результаты, полученные с использованием расчетных формул и имитационного моделирования.

Ключевые слова: *обобщенный полусинхронный поток событий, состояние потока, апостериорная вероятность состояния, оценка состояния, мертвое время.*

В настоящей статье проводится дальнейшее исследование обобщенного полусинхронного потока событий, начатое в работе [1]. Обобщенный полусинхронный дважды стохастический поток событий (далее обобщенный полусинхронный поток либо просто поток) является одной из адекватных математических моделей информационных потоков заявок, функционирующих в ЦСИО [2]. Достаточно обширная литература по исследованию подобных потоков событий (асинхронных, синхронных и полусинхронных) приведена в [1, 3, 4]. Отметим, что развитие ЦСИО, особенностью которых является передача по единым аппаратным средствам разнообразных видов информации (речевых сигналов в цифровом формате, интерактивных данных, видеосигналов и т.п.), дало толчок к построению новых математических моделей входящих потоков событий, достаточно адекватно описывающих реальные информационные потоки, функционирующие в ЦСИО. Так как в реальных ситуациях параметры, определяющие входящий поток событий, известны либо частично, либо вообще неизвестны, либо (что еще более ухудшает ситуацию) они изменяются со временем, при этом изменения, как правило, носят случайный характер, что приводит к рассмотрению дважды стохастических потоков событий. Одними из первых работ в этом направлении были статьи [5–7]. В [5, 6] введены в рассмотрение так называемые МС (Markov chain)-потоки, в [7] – MVP (Markov versatile processes)-потоки, при этом МС-потоки событий наиболее характерны для реальных телекоммуникационных сетей. Отметим, что синхронные, асинхронные и полусинхронные дважды стохастические потоки можно представить в виде моделей MAP (Markovian Arrival Process)-потоков событий [8, 9].

Режимы функционирования системы массового обслуживания непосредственно зависят от параметров дважды стохастического потока и состояний, в которых находится поток. При этом возникают задачи: 1) оценки параметров потока по наблюдениям за потоком (по наблюдениям за моментами наступления событий) [10]; 2) оценки состояний потока событий (задача фильтрации интенсивности дважды стохастического потока) по наблюдениям за моментами наступления событий [11].

Подавляющее число авторов рассматривает математические модели потоков событий, когда все события доступны наблюдению. Однако на практике возникают ситуации, когда наступившее событие может повлечь за собой ненаблюдаемость последующих событий. Одним из искажающих факторов при оценке состояний и параметров потока событий выступает мертвое время регистрирующих приборов [12], которое порождается зарегистрированным событием. Другие же события, наступившие в течение периода мертвого времени, недоступны наблюдению (теряются). Можно считать, что этот период продолжается некоторое фиксированное время T . Все устройства регистрации делятся на две группы. Первую группу составляют устройства с непродлевающимся мертвым временем, вторую – устройства с продлевающимся мертвым временем. Отметим, что одними из первых работ по оценке параметров в случайных потоках событий, функционирующих в условиях мертвого времени, являются работы [13,14].

В работе [1] решена задача об оптимальной оценке состояний обобщенного полусинхронного потока событий в условиях отсутствия мертвого времени. В настоящей статье, являющейся непосредственным развитием работы [1], решается задача об оптимальной оценке состояний обобщенного полусинхронного потока событий в условиях его неполной наблюдаемости (при непродлеваемом мертвом времени). Предлагается алгоритм оптимальной оценки состояний, когда решение о состоянии обобщенного полусинхронного потока выносится по критерию максимума апостериорной вероятности, представляющей наиболее полную характеристику состояния потока, которую можно получить, располагая только выборкой наблюдений, и обеспечивающего минимум полной (безусловной) вероятности ошибки вынесения решения [15].

1. Постановка задачи

Рассматривается обобщенный полусинхронный поток событий, интенсивность которого есть кусочно-постоянный случайный процесс $\lambda(t)$ с двумя состояниями λ_1 и λ_2 ($\lambda_1 > \lambda_2$). В течение временного интервала, когда $\lambda(t) = \lambda_i$, имеет место пуассоновский поток событий с интенсивностью λ_i , $i = 1, 2$. Переход из первого состояния процесса $\lambda(t)$ во второе возможен только в момент наступления события, при этом переход осуществляется с вероятностью p ($0 < p \leq 1$); с вероятностью $1 - p$ процесс $\lambda(t)$ остается в первом состоянии. Тогда длительность пребывания процесса $\lambda(t)$ в первом состоянии есть случайная величина с экспоненциальной функцией распределения $F_1(\tau) = 1 - e^{-p\lambda_1\tau}$. Переход из второго состояния процесса $\lambda(t)$ в первое состояние может осуществляться в произвольный момент времени. При этом длительность пребывания процесса $\lambda(t)$ во втором состоянии распределена по экспоненциальному закону: $F_2(\tau) = 1 - e^{-a\tau}$. При переходе процесса $\lambda(t)$ из

второго состояния в первое инициируется с вероятностью δ ($0 \leq \delta \leq 1$) дополнительное событие в первом состоянии (т.е. сначала осуществляется переход, а затем инициируется дополнительное событие). Очевидно, что в сделанных предположениях $\lambda(t)$ – марковский процесс. После каждого зарегистрированного события в момент времени t_i наступает время фиксированной длительности T (мертвое время), в течение которого другие события исходного обобщенного полусинхронного потока событий недоступны наблюдению. События, наступившие в течение мертвого времени, не вызывают продления его периода (непродлеваемое мертвое время). По окончании мертвого времени первое наступившее событие снова создает период мертвого времени длительности T и т.д. Вариант возникающей ситуации приведен на рис. 1, где 1, 2 – состояния случайного процесса $\lambda(t)$; дополнительные события, которые могут наступать в первом состоянии процесса $\lambda(t)$ в момент его перехода из второго состояния в первое, помечены буквой δ ; штриховка – периоды мертвого времени длительности T ; t_1, t_2, \dots – моменты наступления событий в наблюдаемом потоке.

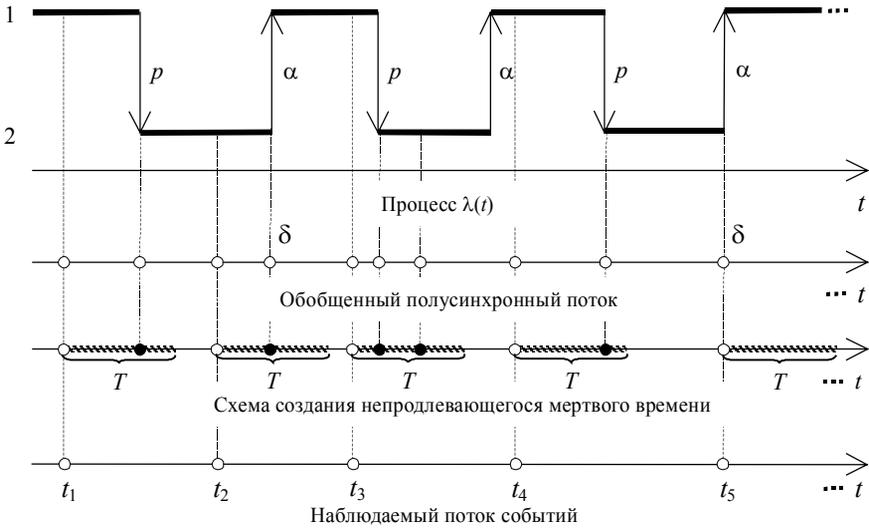


Рис. 1. Формирование наблюдаемого потока событий

Подчеркнем, что если $\delta = 0$, то имеет место обычный полусинхронный поток событий [10,11]. Так как процесс $\lambda(t)$ и типы событий (события пуассоновских потоков и дополнительные события) являются принципиально ненаблюдаемыми, а наблюдаемыми являются только временные моменты наступления событий наблюдаемого потока t_1, t_2, \dots , то необходимо по этим наблюдениям оценить состояние процесса (потока) $\lambda(t)$ в момент окончания наблюдений.

Рассматривается установившийся (стационарный) режим функционирования наблюдаемого потока событий, поэтому переходными процессами на интервале наблюдения (t_0, t) , где t_0 – начало наблюдений, t – окончание наблюдений (момент вынесения решения), пренебрегаем. Тогда без потери общности можно положить $t_0 = 0$. Для вынесения решения о состоянии ненаблюдаемого процесса $\lambda(t)$ в момент времени t необходимо определить апостериорные вероятности

$w(\lambda_i | t) = w(\lambda_i | t_1, \dots, t_m, t)$, $i = 1, 2$, того, что в момент времени t значение процесса $\lambda(t) = \lambda_i$ (m – количество наблюдаемых событий за время t), при этом $w(\lambda_1 | t) + w(\lambda_2 | t) = 1$. Решение о состоянии процесса $\lambda(t)$ выносится путем сравнения апостериорных вероятностей: если $w(\lambda_j | t) \geq w(\lambda_i | t)$, $i, j = 1, 2$, $i \neq j$, то оценка состояния процесса есть $\hat{\lambda}(t) = \lambda_j$.

2. Алгоритм оптимальной оценки состояний обобщенного полусинхронного потока

Момент вынесения решения t будет принадлежать интервалу (t_i, t_{i+1}) , $i = 1, 2, \dots$, между двумя соседними событиями наблюдаемого потока, в принципе, – и интервалу (t_0, t_1) . Рассмотрим интервал времени (t_i, t_{i+1}) , значение длительности которого есть $\tau_i = t_{i+1} - t_i$, $i = 0, 1, \dots$. Так как моменты наступления событий в наблюдаемом потоке случайны, то длительность интервала (t_i, t_{i+1}) – случайная величина. С другой стороны, так как наблюдаемое в момент времени t_i событие порождает период мертвого времени длительности T , то $\tau_i = T + \eta_i$, где η_i – значение длительности интервала между моментом окончания периода мертвого времени и моментом t_{i+1} , т.е. интервал (t_i, t_{i+1}) разбивается на два смежных интервала: первый – $(t_i, t_i + T)$, второй – $(t_i + T, t_{i+1})$. Отметим одно важное обстоятельство: так как после каждого события в наблюдаемом потоке реализуется период мертвого времени длительности T , в течение которого последующие события обобщенного полусинхронного потока недоступны наблюдению (поток отсутствует), то условия нахождения апостериорной вероятности $w(\lambda_1 | t)$ на интервале $(t_i, t_i + T)$ длительности T и интервале $(t_i + T, t_{i+1})$, значение длительности которого есть η_i , принципиально разные. Кроме того, для нахождения апостериорной вероятности $w(\lambda_1 | t)$ необходимо точно знать значение длительности T мертвого времени либо, по крайней мере, предварительно осуществить её оценку \hat{T} . В противном случае отсутствие информации о значении длительности T мертвого времени делает попытку строгого нахождения апостериорной вероятности $w(\lambda_1 | t)$ невозможной. Здесь предполагается, что значение T известно точно.

В [1] сформулирован алгоритм расчета апостериорной вероятности $w(\lambda_1 | t)$ для случая отсутствия мертвого времени ($T = 0$). При этом поведение вероятности $w(\lambda_1 | t)$ на полуинтервале $[t_i, t_{i+1})$ между соседними наблюдаемыми событиями обобщенного полусинхронного потока определяются выражением

$$w(\lambda_1 | t) = \frac{w [1 - w(\lambda_1 | t_i + 0)] - [w - w(\lambda_1 | t_i + 0)] e^{-b(t-t_i)}}{1 - w(\lambda_1 | t_i + 0) - [w - w(\lambda_1 | t_i + 0)] e^{-b(t-t_i)}}, \quad (1)$$

где $t_i \leq t < t_{i+1}$, $i = 0, 1, \dots$; $b = \lambda_1 - \lambda_2 - \alpha$; $w = \alpha(1 - \delta) / (\lambda_1 - \lambda_2 - \alpha\delta) \neq 0$, $0 \leq \delta \leq 1$.

В момент времени t_i (в момент наступления события обобщенного полусинхронного потока) апостериорная вероятность (1) претерпевает разрыв 1-го рода ($i = 1, 2, \dots$), поэтому в момент времени t_i имеет место формула пересчета

$$w(\lambda_1 | t_i + 0) = \frac{\alpha\delta + [(1 - p)\lambda_1 - \alpha\delta]w(\lambda_1 | t_i - 0)}{\lambda_2 + \alpha\delta + (\lambda_1 - \lambda_2 - \alpha\delta)w(\lambda_1 | t_i - 0)}, \quad i = 1, 2, \dots, \quad (2)$$

где $w(\lambda_1 | t_i - 0)$ вычисляется по формуле (1) в момент времени $t = t_i$, когда t изменяется в полуинтервале $[t_{i-1}, t_i)$, соседнем с полуинтервалом $[t_i, t_{i+1})$. В качестве начального значения $w(\lambda_1 | t_0 + 0) = w(\lambda_1 | t_0 = 0)$ в (1) выбирается априорная финаль-

ная вероятность первого состояния процесса $\lambda(t)$: $\pi_1 = \alpha/(\alpha + p\lambda_1)$, которая находится из уравнений $p\lambda_1\pi_1 - \alpha\pi_2 = 0$, $\pi_1 + \pi_2 = 1$.

Таким образом, вычисление апостериорной вероятности $w(\lambda_1 | t)$ по формуле (1) в условиях, когда длительность мертвого времени $T \neq 0$, справедливо на интервале $(t_i + T, t_{i+1})$, значение длительности которого есть η_i . При этом начальное условие для $w(\lambda_1 | t)$ привязывается к моменту времени $t_i + T$, т.е. в формуле (1), во-первых, нужно $w(\lambda_1 | t_i + 0)$ заменить на $w(\lambda_1 | t_i + T)$, во-вторых, $t_i + T \leq t < t_{i+1}$, $i = 1, 2, \dots$. Формула пересчета (2) остается при этом без изменения, так как она предназначена для вычисления апостериорной вероятности в момент времени t_i наступления наблюдаемого события, которое порождает мертвое время.

Рассмотрим интервал $(t_i, t_i + T)$, $i = 1, 2, \dots$. На этом интервале длительности T событие наблюдаемого потока имеет место в граничной точке t_i , на самом интервале события наблюдаемого потока отсутствуют. Необходимо определить поведение апостериорной вероятности $w(\lambda_1 | t)$ на этом интервале. Определим апостериорную вероятность $w(\lambda_1 | t + \Delta t)$ того, что в момент времени $t + \Delta t$ ($t_i < t + \Delta t < t_i + T$), где Δt – достаточно малая величина, процесс $\lambda(t)$ находится в первом состоянии. Пусть в момент времени t процесс $\lambda(t)$ находится в первом состоянии. Тогда в момент времени $t + \Delta t$ процесс останется в этом же состоянии, если: 1) на интервале $(t, t + \Delta t)$ событий пуассоновского потока с параметром λ_1 не произойдет (вероятность этой ситуации есть $(1 - \lambda_1 \Delta t)w(\lambda_1 | t) + o(\Delta t)$); 2) на интервале $(t, t + \Delta t)$ наступило событие пуассоновского потока с параметром λ_1 и процесс $\lambda(t)$ не перешел во второе состояние (вероятность этой ситуации есть $(1-p)\lambda_1 \Delta t w(\lambda_1 | t) + o(\Delta t)$). Пусть в момент времени t процесс $\lambda(t)$ находится во втором состоянии. Тогда в момент времени $t + \Delta t$ процесс $\lambda(t)$ будет находиться в первом состоянии, если на интервале $(t, t + \Delta t)$ событий пуассоновского потока с параметром λ_2 не произойдет и процесс $\lambda(t)$ перейдет на этом интервале в первое состояние (вероятность этой ситуации есть $\alpha \Delta t w(\lambda_2 | t) + o(\Delta t)$). Другие возможности имеют вероятность $o(\Delta t)$. Тогда

$$w(\lambda_1 | t + \Delta t) = (1-p)\lambda_1 \Delta t w(\lambda_1 | t) + \alpha \Delta t w(\lambda_2 | t) + o(\Delta t). \quad (3)$$

Аналогично находим $w(\lambda_2 | t + \Delta t)$:

$$w(\lambda_2 | t + \Delta t) = (1-\alpha \Delta t)w(\lambda_2 | t) + p\lambda_1 \Delta t w(\lambda_1 | t) + o(\Delta t). \quad (4)$$

Производим в (3), (4) необходимые преобразования, после чего, переходя к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$, получаем систему дифференциальных уравнений для апостериорных вероятностей $w(\lambda_1 | t)$ и $w(\lambda_2 | t)$:

$$\frac{dw(\lambda_1 | t)}{dt} = -p\lambda_1 w(\lambda_1 | t) + \alpha w(\lambda_2 | t), \quad \frac{dw(\lambda_2 | t)}{dt} = p\lambda_1 w(\lambda_1 | t) - \alpha w(\lambda_2 | t), \quad (5)$$

с граничными условиями $w(\lambda_1 | t = t_i) = w(\lambda_1 | t_i + 0)$, $w(\lambda_2 | t = t_i) = w(\lambda_2 | t_i + 0)$, $i = 1, 2, \dots$. Последнее вытекает из того, что на интервале $(t_{i-1} + T, t_i)$, $i = 2, 3, \dots$, смежном интервалу $(t_i, t_i + T)$ апостериорная вероятность рассчитывается по формуле (1), где вместо $w(\lambda_1 | t_i + 0)$ стоит $w(\lambda_1 | t_i + T)$; в точке $t = t_i$ происходит пересчет апостериорной вероятности по формуле (2), так что её значение в этой точке есть $w(\lambda_1 | t_i + 0)$. Для граничного интервала (t_0, t_1) расчет апостериорной вероятности $w(\lambda_1 | t)$ производится по формуле (1) с её последующим пересчетом по формуле (2) в точке $t = t_1$. Решая систему (5), находим

$$w(\lambda_1 | t) = \pi_1 + (w(\lambda_1 | t_i + 0) - \pi_1) e^{-(\alpha + p\lambda_1)(t - t_i)}, \quad (6)$$

где $t_i \leq t \leq t_i + T, i = 1, 2, \dots$; вероятность π_1 определена в (1). Тогда из (6) следует, что

$$w(\lambda_1 | t_i + T) = \pi_1 + (w(\lambda_1 | t_i + 0) - \pi_1)e^{-(\alpha + p\lambda_1)T}, \quad i = 1, 2, \dots \quad (7)$$

Полученные формулы позволяют сформулировать алгоритм расчета апостериорной вероятности $w(\lambda_1 | t)$ и алгоритм принятия решения о состоянии процесса $\lambda(t)$ в любой момент времени t :

- 1) в момент времени $t_0 = 0$ задается $w(\lambda_1 | t_0 + 0) = w(\lambda_1 | t_0 = 0) = \pi_1$;
- 2) по формуле (1) для $i = 0$ рассчитывается вероятность $w(\lambda_1 | t)$ в любой момент времени t ($0 \leq t < t_1$), где t_1 – момент наблюдения первого события наблюдаемого потока;
- 3) по формуле (1) для $i = 0$ рассчитывается вероятность $w(\lambda_1 | t)$ в момент времени t_1 : $w(\lambda_1 | t_1) = w(\lambda_1 | t_1 - 0)$;
- 4) i увеличивается на единицу, и по формуле (2) для $i = 1$ производится пересчет апостериорной вероятности $w(\lambda_1 | t)$ в момент времени $t = t_1$, при этом $w(\lambda_1 | t_1 + 0)$ является начальным значением для $w(\lambda_1 | t)$ в формуле (6);
- 5) по формуле (6) для $i = 1$ рассчитывается вероятность $w(\lambda_1 | t)$ в любой момент времени t ($t_1 < t < t_1 + T$);
- 6) по формуле (7) для $i = 1$ рассчитывается вероятность $w(\lambda_1 | t)$ в момент времени $t = t_1 + T$, т.е. $w(\lambda_1 | t_1 + T)$; при этом $w(\lambda_1 | t_1 + T)$ является начальным условием для $w(\lambda_1 | t)$ на следующем шаге алгоритма;
- 7) для $i = 1$ по формуле

$$w(\lambda_1 | t) = \frac{w [1 - w(\lambda_1 | t_i + T)] - [w - w(\lambda_1 | t_i + T)]e^{-b(t-t_i-T)}}{1 - w(\lambda_1 | t_i + T) - [w - w(\lambda_1 | t_i + T)]e^{-b(t-t_i-T)}} \quad (8)$$

($t_i + T \leq t < t_{i+1}, i = 1, 2, \dots$; w, b определены в (1)) рассчитывается вероятность $w(\lambda_1 | t)$ в любой момент времени t ($t_1 + T < t < t_2$), где t_2 – момент наблюдения второго события наблюдаемого потока;

- 8) по формуле (8) для $i = 1$ рассчитывается вероятность $w(\lambda_1 | t)$ в момент времени $t = t_2$: $w(\lambda_1 | t_2) = w(\lambda_1 | t_2 - 0)$;
- 9) алгоритм переходит на шаг 4, после чего шаги 4 – 8 повторяются для $i = 2$ и т.д.

Параллельно по ходу вычисления апостериорной вероятности $w(\lambda_1 | t)$ в любой момент времени t выносятся решение о состоянии процесса $\lambda(t)$: если $w(\lambda_1 | t) \geq w(\lambda_2 | t)$ ($w(\lambda_1 | t) \geq 1/2$), то оценка $\hat{\lambda}(t) = \lambda_1$, в противном случае $\hat{\lambda}(t) = \lambda_2$.

Для частных и особых случаев, приведенных в [1] и возникающих при определенном соотношении параметров $\lambda_1, \lambda_2, \alpha, p, \delta$, алгоритмы оптимальной оценки состояний обобщенного полусинхронного потока идентичны приведенному алгоритму для общего случая (изменяются только формулы (1), (2), (6), (7)). Вследствие этого алгоритмы для частных и особых случаев здесь отдельно не рассматриваются.

3. Результаты численных расчетов

Для получения численных результатов разработан алгоритм вычисления апостериорной вероятности $w(\lambda_1 | t)$ по формулам (2), (6) – (8). Программа расчета реализована на языке программирования Borland C++, Builder 6. Первый этап рас-

чета предполагает имитационное моделирование обобщенного полусинхронного потока событий, схемы создания мертвого времени и наблюдаемого потока событий. Описание алгоритма имитационного моделирования здесь не приводится, так как никаких принципиальных трудностей алгоритм не содержит. Второй этап расчета – непосредственное вычисление вероятностей $w(\lambda_1 | t)$, $t_0 < t < t_1$; $w(\lambda_1 | t_i + 0)$; $w(\lambda_1 | t)$, $t_i < t \leq t_i + T$; $w(\lambda_1 | t)$, $t_i + T < t < t_{i+1}$, $i = 1, 2, \dots$, по формулам (1), (2), (6) – (8) соответственно и определение оценки $\hat{\lambda}(t)$. Расчеты произведены для следующих значений параметров: $\lambda_1 = 4$, $\lambda_2 = 2$, $\alpha = 0,08$, $p = 0,025$, $\delta = 0,2$, $T = 1$ ед. времени и времени моделирования $Tm = 20$ ед. времени. В качестве иллюстрации на рис. 2 приведена траектория (нижняя часть рис. 2) случайного процесса $\lambda(t)$ (истинная траектория), полученная путем имитационного моделирования, где 1, 2 – состояния процесса $\lambda(t)$, и траектория (верхняя часть рис. 2) оценки $\hat{\lambda}(t)$, где 1, 2 – состояния оценки $\hat{\lambda}(t)$. Вынесение решения о том или ином состоянии процесса $\lambda(t)$ производилось с шагом $\Delta t = 0,001$. На рис. 2 штриховкой на оси времени обозначены временные промежутки, на которых оценка состояния не совпадает с истинным значением процесса $\lambda(t)$ (область ошибочных решений). На рис. 3 приведена траектория поведения апостериорной вероятности $w(\lambda_1 | t)$, соответствующая полученной при имитационном моделировании последовательности моментов наступления событий t_1, t_2, \dots и последовательности моментов времени окончания периодов мертвого времени $t_1 + T, t_2 + T, \dots$.

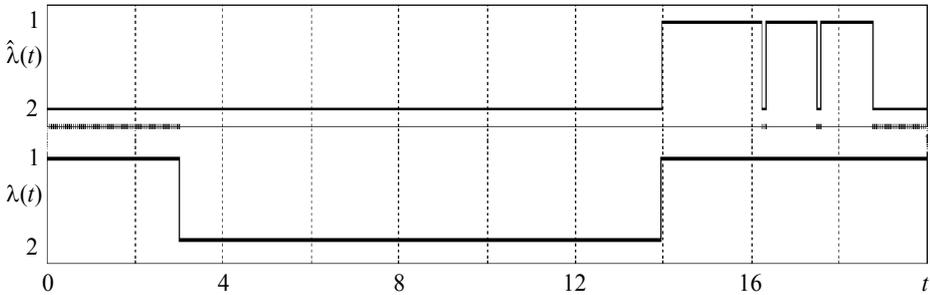


Рис. 2. Траектория процесса $\lambda(t)$ и оценки $\hat{\lambda}(t)$

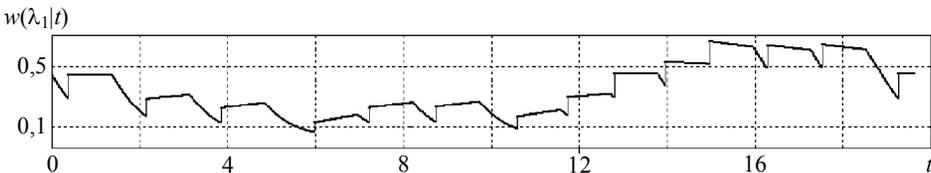


Рис. 3. Траектория апостериорной вероятности $w(\lambda_1 | t)$

Для установления частоты ошибочных решений о состоянии случайного процесса $\lambda(t)$ по наблюдениям за обобщенным полусинхронным потоком, функционирующим в условиях мертвого времени, (наблюдаемый поток) проведен статистический эксперимент, состоящий из следующих этапов: 1) для определенного набора параметров $\lambda_1, \lambda_2, \alpha, p, \delta, T$ ед. времени осуществляется моделирование на-

блюдаемого потока событий на заданном отрезке времени $[0, Tm]$ (отдельный i -й эксперимент, $i = 1, 2, \dots$); 2) осуществляется расчет апостериорных вероятностей $w(\lambda_1 | t)$ первого состояния процесса $\lambda(t)$ на заданном отрезке времени $[0, Tm]$ по формулам (1), (2), (6) – (8); 3) осуществляется оценивание траектории процесса $\lambda(t)$ (оценивание на отрезке $[0, Tm]$ интервалов, когда оценка $\hat{\lambda}(t)$ принимает то или иное значение); 4) осуществляется определение (для отдельного i -го эксперимента) d_i – суммарной протяженности интервалов, на которых значение процесса $\lambda(t)$ не совпадает с его оценкой $\hat{\lambda}(t)$; 5) осуществляется вычисление доли ошибочных решений $\hat{p}_i = d_i/T$; 6) осуществляется повторение N раз ($i = \overline{1, N}$) шагов 1 – 5 для расчета оценки безусловной вероятности ошибки оценивания состояний процесса $\lambda(t)$ на отрезке $[0, Tm]$.

Результатом выполнения описанного алгоритма является выборка $\hat{p}_1, \hat{p}_2, \dots, \hat{p}_N$ долей ошибочных решений в N экспериментах. По этому набору вычисляются выборочное среднее безусловной вероятности ошибочного решения

$$\hat{P}_o = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{p}_i \text{ и выборочная дисперсия } \hat{D} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\hat{p}_i - \hat{P}_o)^2.$$

Результаты статистического эксперимента приведены в табл. 1–5. В первой строке таблиц указана длительность мертвого времени T ($T = 1, 2, \dots, 9$ ед. времени). Во второй и третьей строках таблиц для каждой длительности мертвого времени T приведены численные значения для \hat{P}_o и \hat{D} соответственно.

Результаты получены при следующих значениях параметров, общих для всех таблиц: $\lambda_2 = 1, p = 0,025, \alpha = 0,2, \delta = 0,2, Tm = 100, N = 100$. При этом результаты в табл. 1 получены для $\lambda_1 = 4$, в табл. 2 – для $\lambda_1 = 5$, в табл. 3 – для $\lambda_1 = 6$, в табл. 4 – для $\lambda_1 = 7$, в табл. 5 – для $\lambda_1 = 8$.

Таблица 1

Результаты статистического эксперимента ($\lambda_1 = 4$)

T	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\hat{P}_o	0,1351	0,1801	0,1965	0,2176	0,2227	0,2226	0,2242	0,2267	0,2275
\hat{D}	0,0063	0,0097	0,0135	0,0172	0,0199	0,0196	0,0208	0,021	0,0224

Таблица 2

Результаты статистического эксперимента ($\lambda_1 = 5$)

T	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\hat{P}_o	0,1123	0,1505	0,1651	0,1702	0,1702	0,1786	0,1807	0,1806	0,1807
\hat{D}	0,0041	0,0093	0,0105	0,0126	0,0126	0,017	0,0192	0,0192	0,0194

Таблица 3

Результаты статистического эксперимента ($\lambda_1 = 6$)

T	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\hat{P}_o	0,0853	0,1172	0,1304	0,1388	0,1392	0,1408	0,1415	0,1426	0,1420
\hat{D}	0,0028	0,0059	0,0084	0,0112	0,0128	0,0128	0,0133	0,0136	0,0136

Таблица 4

Результаты статистического эксперимента ($\lambda_1 = 7$)

T	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\hat{P}_o	0,0807	0,1049	0,1166	0,1223	0,1236	0,1253	0,1255	0,1256	0,1253
\hat{D}	0,0024	0,0042	0,0061	0,0074	0,0077	0,0084	0,0086	0,0086	0,0087

Таблица 5

Результаты статистического эксперимента ($\lambda_1 = 8$)

T	1	2	3	4	5	6	7	8	9
\hat{P}_o	0,0814	0,1036	0,1120	0,1159	0,1177	0,1178	0,1186	0,1186	0,1188
\hat{D}	0,0026	0,0053	0,0076	0,0086	0,0093	0,0098	0,01	0,01	0,0101

Во-первых, отметим, что анализ проведенных многочисленных вариантов численных расчетов по оценке безусловной вероятности ошибочного решения \hat{P}_o показывает, что оценка \hat{P}_o является достаточно стабильной для $Tm = 100$ ед. времени. Вследствие этого время моделирования Tm для всех экспериментов, результаты которых представлены в табл. 1 – 5, было выбрано равным 100 ед. времени. Во-вторых, анализ численных результатов, приведенных в табл. 1 – 5, показывает: 1) значение оценки безусловной вероятности ошибочного решения \hat{P}_o увеличивается с увеличением длительности мертвого времени T ($T = 1, 2, \dots, 9$ ед. времени); последнее является вполне естественным, так как при увеличении длительности мертвого времени происходит увеличение потерь полезной информации о потоке событий, что в конечном итоге отрицательно сказывается на качестве оценивания; 2) при фиксированной длительности мертвого времени T значения оценки \hat{P}_o уменьшаются в зависимости от λ_1 ($\lambda_1 = 4, 5, 6, 7, 8$), что является естественным, так как при увеличении разности $\lambda_1 - \lambda_2$ условия различимости состояний потока улучшаются; 3) оценка дисперсии \hat{D} для всех вариантов расчета достаточно мала.

Заключение

Полученные результаты показывают возможность оценивания состояний обобщенного полусинхронного потока событий в условиях непродлевающего мертвого времени по результатам текущих наблюдений (в течение некоторого временного интервала) за потоком. Это, в свою очередь, позволяет изменять режимы функционирования системы массового обслуживания в зависимости от того или иного состояния обобщенного полусинхронного потока событий (адаптироваться к изменяющейся интенсивности входящего потока событий). Выражения апостериорных вероятностей для оценки состояний потока получены в явном виде, что позволяет производить вычисления без привлечения численных методов. Сам же алгоритм оценки состояний потока обеспечивает минимум безусловной (полной) вероятности ошибки вынесения решения.

Наконец, отметим, что рассмотренный обобщенный полусинхронный поток событий охватывает ранее изученные модели потоков, вытекающие из него как частные случаи [10, 11, 16 – 22].

ЛИТЕРАТУРА

1. Горцев А.М., Калягин А.А., Нежелская Л.А. Оптимальная оценка состояний обобщенного полусинхронного потока событий // Вестник ТГУ. Управление, вычислительная техника и информатика. 2010. № 2(11). С. 66.
2. Дудин А.Н., Клименок В.И. Системы массового обслуживания с коррелированными потоками. Минск: Изд-во БГУ, 2000. 175 с.
3. Горцев А.М., Леонова М.А. Оптимальная оценка состояний обобщенного асинхронного дважды стохастического потока // Вестник ТГУ. Управление, вычислительная техника и информатика. 2010. №1(10). С. 33–47.
4. Горцев А.М., Зуевич В.Л. Оптимальная оценка состояний асинхронного дважды стохастического потока событий с произвольным числом состояний // Вестник ТГУ. Управление, вычислительная техника и информатика. 2010. № 2(11). С. 44.
5. Башарин Г.П., Кокотушкин В.А., Наумов В.А. О методе эквивалентных замен расчета фрагментов сетей связи // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1979. № 6. С. 92–99.
6. Башарин Г.П., Кокотушкин В.А., Наумов В.А. О методе эквивалентных замен расчета фрагментов сетей связи // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1980. № 1. С. 55–61.
7. Neuts M.F. A versatile Markov point process // J. Applied Probability. 1979. V. 16. P. 764–779.
8. Lucantoni D.M. New result on the single server queue with a batch markovian arrival process // Communications in Statistics Stochastic Models. 1991. V. 7. P. 1–46.
9. Lucantoni D.M., Neuts M.F. Same steady – state distributions for the MAP/SM/1 queue // Ibid. 1994. V. 10. P. 575–598.
10. Горцев А.М., Нежелская Л.А. Оценивание периода мертвого времени и параметров полусинхронного дважды стохастического потока событий // Измерительная техника. 2003. № 6. С. 7–13.
11. Нежелская Л.А. Алгоритм оценивания состояний полусинхронного потока событий с учетом мертвого времени // Массовое обслуживание: потоки, системы, сети: материалы Четырнадцатой Белорусской зимней школы-семинара по теории массового обслуживания. Минск: Изд-во БГУ, 1998. С. 18–21.
12. Апанасович В.В., Коляда А.А., Чернявский А.Ф. Статистический анализ случайных потоков в физическом эксперименте. Минск: Изд-во «Университетское», 1988. 254 с.
13. Горцев А.М., Климов И.С. Оценка интенсивности пуассоновского потока событий в условиях частичной его ненаблюдаемости // Радиотехника. 1991. № 12. С. 3–7.
14. Горцев А.М., Климов И.С. Оценивание параметров знакпеременного пуассоновского потока событий // Радиотехника. 1994. №8. С. 3–9.
15. Хазен Э.М. Методы оптимальных статистических решений и задачи оптимального управления. М.: Сов. радио, 1968. 256 с.
16. Горцев А.М., Нежелская Л.А. Оценка параметров синхронно-альтернирующего пуассоновского потока событий методом моментов // Радиотехника. 1995. № 7–8. С. 6–10.
17. Горцев А.М., Нежелская Л.А. Оценивание длительности мертвого времени и параметров синхронного альтернирующего потока событий // Вестник ТГУ. Приложение. 2003. № 6. С. 232–239.
18. Василевская Т.П., Горцев А.М., Нежелская Л.А. Оценивание длительности мертвого времени и параметров синхронного альтернирующего потока с проявлением либо не проявлением событий // Вестник ТГУ. Приложение. 2004. № 9(II). С. 129–138.
19. Нежелская Л.А. Оптимальное оценивание состояний полусинхронного потока событий в условиях его частичной наблюдаемости // Вестник ТГУ. 2000. № 269. С. 95–98.
20. Горцев А.М., Нежелская Л.А. Оценивание параметров полусинхронного дважды стохастического потока событий методом моментов // Вестник ТГУ. Приложение. 2002. № 1(I). С. 18–23.
21. Горцев А.М., Нежелская Л.А. Полусинхронный дважды стохастический поток событий при продлеваемом мертвом времени // Массовое обслуживание: потоки, систе-

- мы, сети: материалы Международной научной конференции «Математические методы повышения эффективности информационно-телекоммуникационных сетей», 29 января – 1 февраля 2007, Гродно. Минск: РИВШ, 2007. С. 68–78.
22. *Горцев А.М., Нежелская Л.А.* Полусинхронный дважды стохастический поток событий при продлеваемом мертвом времени // Вычислительные технологии. 2008. Т. 13. № 1. С. 31–41.

Горцев Александр Михайлович
Калягин Алексей Андреевич
Томский государственный университет
E-mail: redall@inbox.ru

Поступила в редакцию 26 марта 2010 г.