МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 519.872

И.А. Ананина

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ИЗМЕНЕНИЯ ДОХОДА ТОРГОВОЙ КОМПАНИИ, РАСШИРЯЮЩЕЙ СВОЕ ПРИСУТСТВИЕ НА РЫНКЕ

Рассматривается задача определения средней величины дохода торговой компании и его изменение при проведении маркетинговой акции «Подарок за покупку». В качестве математической модели процессов изменения числа клиентов компании рассматриваются потоки двухфазной системы массового обслуживания с неограниченным числом линий и реализацией повторных обращений к фазам. Исследование суммарного потока системы проводится методом предельной декомпозиции.

Ключевые слова: *СМО с неограниченным числом линий и повторными обращениями, метод предельной декомпозиции.*

Теория массового обслуживания как аппарат математического моделирования хорошо зарекомендовала себя во многих сферах человеческой деятельности. Широко используется этот аппарат в сетях связи, при решении некоторых экономических задач, задач управления промышленного сектора. Благодаря непрерывному развитию этих и многих других отраслей нашей деятельности и постоянному усложнению возникающих задач, не снижается потребность в создании новых математических моделей и развитии методов их исследования.

Маркетинг – одна из областей экономической науки, в которой теория массового обслуживания до сих пор не применялась в качестве аппарата математического моделирования. Между тем средства ТМО позволяют моделировать потоки клиентов торговой компании с учетом их категорий и оптимизировать на этих моделях условия проведения различных маркетинговых акций, отслеживая их влияние на величину дохода компании.

В настоящей работе проводится исследование потоков клиентов некоторой торговой компании, расширяющей свое присутствие на рынке, то есть желающей привлечь как можно больше клиентов, проводя, в частности, маркетинговую акцию «Подарок за покупку». Определяется процесс изменения дохода этой компании, его среднее значение и дисперсия, рассматривается влияние на доход проводимой акции.

1. Математическая модель

Пусть поток клиентов, впервые совершивших покупку в некоторой торговой компании, моделируется простейшим с параметром λ. Совершив покупку, клиент некоторое время обдумывает, обращаться ли ему в эту компанию повторно или выбрать другую. Будем считать, что продолжительности интервалов времени обдумывания клиентов являются независимыми одинаково распределенными случайными величинами с произвольной функцией распределения $B_1(x)$. После обдумывания с вероятностью $1 - r_1$ клиент больше не обратится в данную торговую компанию, предпочитая ей другую, а с вероятностью r_1 клиент вернется. На момент возвращения клиента в компанию, с вероятностью $1 - q$ уже совершенные клиентом покупки в сумме не превышают некоторую заданную величину. В этом случае клиент является клиентом первой категории и вероятность возвращения в компанию у него остается та же, r_1. Если же сумма покупок клиента в данной компании превышает эту заданную пороговую величину, а произойдет это с вероятностью q, то такой клиент становится клиентом второй категории, причем вероятность возвращения в компанию и функция распределения времени обдумывания для него меняются на r_2 и $B_2(x)$ соответственно. Время обдумывания для клиентов каждой категории стохастически независимы и одинаково распределены. Таким образом, формируются потоки повторных обращений клиентов, описываемые случайными процессами $n_1(t)$, $n_2(t)$, где $n_k(t)$ – число обращений клиентов k-й категории, поступивших в торговую компанию за время наблюдения t. Обозначим $\nu(t)$ – число обращений новых клиентов в компанию. Таким образом, модель изменения числа клиентов некоторой торговой компании можно представить в виде двухфазной системы массового обслуживания (СМО) с неограниченным числом линий, произвольным временем обслуживания на фазах, с повторными обращениями (рис. 1).

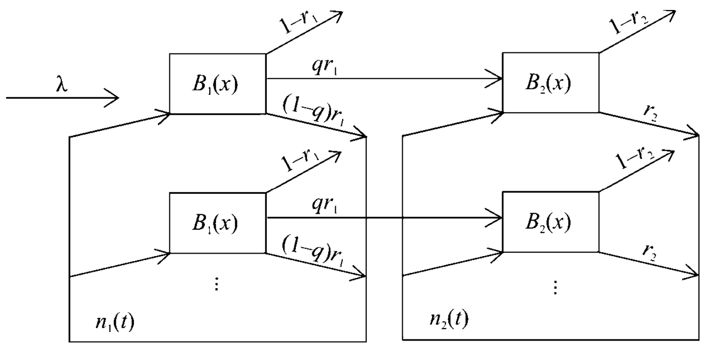

Рис. 1. Потоки клиентов торговой компании
в виде двухфазной бесконечнолинейной СМО

Ставится задача исследования суммарного случайного процесса

$$n(t) = \nu(t) + n_1(t) + n_2(t)$$

в рассматриваемой системе, где $\nu(t)$ – число первичных обращений к системе, и нахождение его производящей функции.

2. Метод предельной декомпозиции

Для решения поставленной задачи предлагается метод предельной декомпозиции [1]. Суть этого метода заключается в следующем.

Входящий поток по равномерной полиномиальной схеме делится на N независимых простейших потоков с параметром λ/N, заявки каждого потока направляются для обслуживания на соответствующий прибор. Таким образом, получаем совокупность N независимых однолинейных СМО. Будем полагать, что эти СМО с отказами. То есть новая заявка, поступившая в систему, занятую обслуживанием, теряется. При $N\to\infty$ вероятностью потерь заявок можно пренебречь, и тогда суммарные характеристики совокупности N однолинейных СМО сходятся к характеристикам исходной модели. Таким образом, задача нахождения распределения вероятностей числа обращений в СМО с неограниченным числом линий сводится к решению задачи нахождения распределения вероятностей числа обращений в однолинейной СМО с отказами.

3. Нахождение производящей функции суммарного числа клиентов компании

Согласно алгоритму предложенного метода предельной декомпозиции, от рассмотренной математической модели перейдем к рассмотрению однолинейной двухфазной СМО, на вход которой поступает простейший с параметром λ/N поток заявок. Для этой системы рассмотрим соответствующий суммарный случайный процесс $n(t,N)=\nu(t,N)+n_1(t,N)+n_2(t,N)$. Введем следующие обозначения:

$k(t)$ – состояние прибора, то есть

$$k(t)=\begin{cases}0, \text{ линия свободна},\\ 1, \text{ занята первая фаза},\\ 2, \text{ занята вторая фаза;}\end{cases}$$

$z(t)$ – длина интервала от момента времени t до момента окончания текущего обслуживания, если прибор занят. Полученный трехмерный случайный процесс $\{k(t),n(t,N),z(t)\}$ является марковским.

Тогда $P_0(n,t,N)=P\{k(t)=0,n(t,N)=n\}$ – вероятность того, что в момент времени t линия свободна и за это время к системе обратилось n заявок.

$P_k(n,z,t,N)=P\{k(t)=k,n(t,N)=n,z(t)<z\}$ – вероятность того, что занят прибор k-й фазы обслуживанием заявки соответствующего типа, за время t поступило n заявок и до конца обслуживания остается времени меньше z, $k=1, 2$.

Составим прямую систему дифференциальных уравнений Колмогорова [2, с. 317] для распределения вероятностей $\{P_0(n,t,N),P_k(n,z,t,N)\}$ трехмерного случайного процесса $\{k(t),n(t,N),z(t)\}$:

$$\frac{\partial P_0(n,t,N)}{\partial t}=\sum_{k=1}^{2}(1-r_k)\frac{\partial P_k(n,0,t,N)}{\partial z}-\frac{\lambda}{N}P_0(n,t,N),$$

$$\frac{\partial P_1(n,z,t,N)}{\partial t}=\frac{\partial P_1(n,z,t,N)}{\partial z}-\frac{\partial P_1(n,0,t,N)}{\partial z}+(1-q)r_1B_1(z)\frac{\partial P_1(n-1,0,t,N)}{\partial z}+$$
$$+\frac{\lambda}{N}P_0(n-1,t,N)B_1(z),$$

$$\frac{\partial P_2(n,z,t,N)}{\partial t}=\frac{\partial P_2(n,z,t,N)}{\partial z}-\frac{\partial P_2(n,0,t,N)}{\partial z}+qr_1B_2(z)\frac{\partial P_1(n-1,0,t,N)}{\partial z}+$$
$$+r_2B_2(z)\frac{\partial P_2(n-1,0,t,N)}{\partial z}.$$

Рассмотрим производящие функции

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n P_0(n,t,N) = H_0(x,t,N),$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n P_1(n,z,t,N) = H_1(x,z,t,N), \tag{1}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n P_2(n,z,t,N) = H_2(x,z,t,N).$$

Функции $H_0(x,t,N)$, $H_1(x,z,t,N)$ и $H_2(x,z,t,N)$ удовлетворяют системе дифференциальных уравнений в частных производных [3]:

$$\frac{\partial H_0(x,t,N)}{\partial t} = -\frac{\lambda}{N} H_0(x,t,N) + \sum_{k=1}^{2} (1-r_k) \frac{\partial H_k(x,0,t,N)}{\partial z},$$

$$\frac{\partial H_1(x,z,t,N)}{\partial t} = \frac{\partial H_1(x,z,t,N)}{\partial z} + \frac{\lambda}{N} B_1(z) x H_0(x,t,N) +$$
$$+ (r_1(1-q) x B_1(z) - 1) \frac{\partial H_1(x,0,t,N)}{\partial z}, \tag{2}$$

$$\frac{\partial H_2(x,z,t,N)}{\partial t} = \frac{\partial H_2(x,z,t,N)}{\partial z} + r_1 q x B_2(z) \frac{\partial H_1(x,0,t,N)}{\partial z} +$$
$$+ (r_2 x B_2(z) - 1) \frac{\partial H_2(x,0,t,N)}{\partial z},$$

решение которой будем искать в виде

$$H_0(x,t,N) = 1 - \frac{1}{N} F_0(x,t) + \mathrm{o}\left(\frac{1}{N}\right),$$

$$H_1(x,z,t,N) = \frac{1}{N} F_1(x,z,t) + \mathrm{o}\left(\frac{1}{N}\right), \tag{3}$$

$$H_2(x,z,t,N) = \frac{1}{N} F_2(x,z,t) + \mathrm{o}\left(\frac{1}{N}\right).$$

Тогда уравнения для функций $F_0(x,t)$, $F_1(x,z,t)$ и $F_2(x,z,t)$ имеют вид

$$\frac{\partial F_0(x,t)}{\partial t} = \lambda - \sum_{k=1}^{2} (1-r_k) f_k(x,t); \tag{4}$$

$$\frac{\partial F_1(x,z,t)}{\partial t} = \frac{\partial F_1(x,z,t)}{\partial z} + \lambda x B_1(z) + (r_1(1-q) x B_1(z) - 1) f_1(x,t); \tag{5}$$

$$\frac{\partial F_2(x,z,t)}{\partial t} = \frac{\partial F_2(x,z,t)}{\partial z} + r_1 q x B_2(z) f_1(x,t) + (r_2 x B_2(z) - 1) f_2(x,t), \tag{6}$$

где $f_k(x,t) = \dfrac{\partial F_k(x,0,t)}{\partial z}$, k=1,2.

Решение линейного дифференциального уравнения первого порядка в частных производных (5) определяется решением системы обыкновенных дифференциальных уравнений для характеристических кривых

$$\frac{dt}{1}=\frac{dz}{-1}=\frac{dF_1(x,z,t)}{\lambda x B_1(z)+(r_1(1-q)xB_1(z)-1)f_1(x,t)}\,.$$

Тогда общее решение $F_1(x,z,t)$ уравнения (5) запишем следующим образом:

$$F_1(x,z,t)=\Phi(z+t)+\int_0^t\left[\lambda x B_1(z+t-s)+(r_1(1-q)xB_1(z+t-s)-1)f_1(x,s)\right]ds\,, \quad (7)$$

где $\Phi(z)$ – произвольная дифференцируемая функция.

Для определения частного решения необходимо воспользоваться начальными условиями

$$P_0(n,0,N)=\begin{cases}0, & n>0,\\ R_0(N), & n=0;\end{cases}$$

$$P_1(n,z,0,N)=\begin{cases}0, & n>0,\\ R_1(z,N), & n=0;\end{cases} \quad (8)$$

$$P_2(n,z,0,N)=\begin{cases}0, & n>0,\\ R_2(z,N), & n=0;\end{cases}$$

$$R_0(N)+R_1(\infty,N)+R_2(\infty,N)=1\,.$$

Рассмотрим стационарное распределение вероятностей состояния линии обслуживания. Из (1) следует, что выполняются равенства

$$H_0(1,t,N)=R_0(N)\,,$$

$$H_k(1,z,t,N)=R_k(z,N)\,,\; k=1,\,2. \quad (9)$$

Стационарные вероятности $R_0(N)$, $R_1(z,N)$ и $R_2(z,N)$ можно представить в виде

$$R_0(N)=1-\frac{1}{N}R_0+\mathrm{o}\left(\frac{1}{N}\right),$$

$$R_k(z,N)=\frac{1}{N}R_k(z)+\mathrm{o}\left(\frac{1}{N}\right),\; k=1,\,2. \quad (10)$$

Тогда, согласно (3), (7) и (8),

$$F_1(x,z,0)=\Phi(z)=R_1(z)\,.$$

Вероятности R_0, $R_1(z)$ и $R_2(z)$ с учетом (9) определяются решением системы (4) – (6) при x=1:

$$0=\lambda-\sum_{k=1}^{2}(1-r_k)R_k'(0)\,,$$

$$0=R_1'(z)+\lambda B_1(z)+(r_1(1-q)B_1(z)-1)R_1'(0)\,,$$

$$0=R_2'(z)+r_1 q B_2(z)R_1'(0)+(r_2B_2(z)-1)R_2'(0)\,.$$

А именно:

$$R_1(z)=\frac{\lambda}{1-r_1(1-q)}\int_0^z(1-B_1(s))ds\ ; \tag{8}$$

$$R_2(z)=\frac{\lambda r_1 q}{(1-r_2)(1-r_1(1-q))}\int_0^z(1-B_2(s))ds\ ; \tag{9}$$

$$R_0=\frac{\lambda[(1-r_2)b_1+r_1qb_2]}{(1-r_1(1-q))(1-r_2)}, \tag{10}$$

где b_1 и b_2 это математические ожидания случайных величин, имеющих функции распределения $B_1(x)$ и $B_2(x)$ соответственно.

Таким образом, частное решение дифференциального уравнения (5) принимает вид

$$F_1(x,z,t)=\frac{\lambda}{1-r_1(1-q)}\int_0^{z+t}(1-B_1(y))dy+$$
$$+\int_0^t\left[\lambda xB_1(z+t-s)+(r_1(1-q)xB_1(z+t-s)-1)f_1(x,s)\right]ds. \tag{11}$$

Аналогичным образом находим частное решение уравнения (6):

$$F_2(x,z,t)=\frac{r_1q\lambda}{(1-r_2)(1-r_1(1-q))}\int_0^{z+t}(1-B_2(y))dy+$$
$$+\int_0^t\left[r_1qxB_2(z+t-s)f_1(x,s)+(r_2xB_2(z+t-s)-1)f_2(x,s)\right]ds. \tag{12}$$

И, следовательно, подставляя решения (11,12) в уравнение (4), получаем его решение:

$$F_0(x,t)=\frac{\lambda(r_1qb_2+(1-r_2)b_1)}{(1-r_2)(1-r_1(1-q))}+\lambda t+(r_1-1)\int_0^t f_1(x,s)ds+(r_2-1)\int_0^t f_2(x,s)ds\,. \tag{13}$$

При этом неизвестные функции $f_1(x,t)$ и $f_2(x,t)$ являются решениями интегральных уравнений

$$f_1(x,t)=\frac{\lambda}{1-r_1(1-q)}+\lambda\left(x-\frac{1}{1-r_1(1-q)}\right)B_1(t)+xr_1(1-q)\int_0^t b_1(t-s)f_1(x,s)ds\ ; \tag{14}$$

$$f_2(x,t)=\frac{\lambda r_1q}{(1-r_1(1-q))(1-r_2)}(1-B_2(t))+xr_1q\int_0^t b_2(t-s)f_1(x,s)ds+$$
$$+\,xr_2\int_0^t b_2(t-s)f_2(x,s)ds \tag{15}$$

соответственно.

При $z \to \infty$ имеем

$$F(x,t) = -F_0(x,t) + F_1(x,\infty,t) + F_2(x,\infty,t) =$$
$$= \lambda t(x-1) + r_1(x-1)\int_0^t f_1(x,s)\,ds + r_2(x-1)\int_0^t f_2(x,u)\,du\,.$$

Учитывая, что

$$G(x,t) = \lim_{N\to\infty}\left(1 - \frac{1}{N}F_0(x,t) + \frac{1}{N}F_1(x,\infty,t) + \frac{1}{N}F_2(x,\infty,t) + \mathrm{o}\left(\frac{1}{N}\right)\right)^N,$$

можно найти производящую функцию $G(x,t)$ исследуемого случайного процесса $n(t)$:

$$G(x,t) = \exp\left\{(x-1)\left\{\lambda t + r_1\int_0^t f_1(x,s)\,ds + r_2\int_0^t f_2(x,s)\,ds\right\}\right\}. \tag{16}$$

Знание найденной производящей функции суммарного числа клиентов необходимо для определения основных числовых характеристик дохода торговой компании.

4. Процесс изменения дохода торговой компании

Обозначим $S(t)$ – доход компании, полученный за время работы t. Как мы уже договорились, $n(t)$ – суммарное количество клиентов, обратившихся в данную торговую компанию за время t. Пусть стоимость отдельной совершаемой покупки есть случайная величина ξ с математическим ожиданием a.

Тогда очевидно, что

$$S(t) = \sum_{i=0}^{n(t)} \xi_i\,. \tag{17}$$

Рассмотрим характеристическую функцию величины дохода компании, полученного за время t:

$$H(\alpha,t) = Me^{-\alpha S(t)} = Me^{-\alpha\sum_{i=0}^{n(t)}\xi_i} = \sum_{n=0}^{\infty} M\left\{e^{-\alpha\sum_{i=1}^{n(t)}\xi_i}\,\middle|\, n(t)=n\right\}P(n,t) =$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} M\left\{\prod_{i=1}^{n} e^{-\alpha\xi_i}\,\middle|\, n(t)=n\right\}P(n,t) = \sum_{n=0}^{\infty}\varphi^n(\alpha)P(n,t)\,. \tag{18}$$

Здесь $\varphi(\alpha) = Me^{-\alpha\xi}$ – характеристическая функция случайной величины ξ.

Производящая функция суммарного числа клиентов, совершивших покупку за время t, согласно (16), имеет вид

$$Mx^{n(t)} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n P(n,t) = G(x,t) = \exp\left\{(x-1)\left(\lambda t + r_1\int_0^t f_1(x,s)\,ds + r_2\int_0^t f_2(x,s)\,ds\right)\right\}.$$

Из (18) следует, что

$$H(\alpha,t) = Me^{-\alpha S(t)} = G(\varphi(\alpha),t) =$$
$$= \exp\left\{(\varphi(\alpha)-1)\left(\lambda t + r_1\int_0^t f_1(\varphi(\alpha),s)\,ds + r_2\int_0^t f_2(\varphi(\alpha),s)\,ds\right)\right\}.$$

Так как среднее значение суммарного дохода компании, полученного за время t, есть

$$MS(t) = -\left.\frac{\partial H(\alpha,t)}{\partial\alpha}\right|_{\alpha=0},$$

при этом $$\varphi(0)=1,\quad \varphi'(0)=-a,$$

то $$MS(t) = a\left\{\lambda t + r_1\int_0^t f_1(1,s)\,ds + r_2\int_0^t f_2(1,s)\,ds\right\}. \tag{19}$$

Величина дисперсии дохода компании

$$DS(t) = M\xi^2\left\{\lambda t + r_1\int_0^t f_1(1,s)\,ds + r_2\int_0^t f_2(1,s)\,ds\right\} - \\ -2a\left(r_1\int_0^t \frac{df_1(1,s)}{d\alpha}ds + r_2\int_0^t \frac{df_2(1,s)}{d\alpha}ds\right). \tag{20}$$

5. Исследование изменения дохода торговой компании при проведении маркетинговой акции «Подарок за покупку»

Пусть с целью привлечения клиентов компания проводит акцию «Подарок за покупку». При этом вероятность возвращения клиента k-й категории в данную компанию возрастает. При стоимости подарка m рублей предположим следующую зависимость:

$$r_k(M) = r_{k,1} - \left(r_{k,1} - r_{k,0}\right)\left(1 - \frac{m}{a}\right)^2, \tag{21}$$

где $m \le a$, $r_{k,0}$ – вероятность повторного обращения клиента k-й категории в данную компанию, работающую в обычном режиме, $r_{k,1}$ – максимально возможная вероятность повторного обращения клиента k-й категории за время проведения акции.

Суммарный доход торговой компании $\hat{S}(t)$, полученный за время t проведения акции, определяется выражением

$$\hat{S}(t) = \sum_{i=0}^{n(t)}(\xi_i - m). \tag{22}$$

Ставится задача нахождения оптимального отношения цены подарка к средней стоимости покупки $\gamma = M/a$, обеспечивающего максимальный доход компании за время t проведения акции.

Рассмотрим характеристическую функцию величины суммарного дохода компании, полученного за время t проведения акции «подарок за покупку». Аналогично (18) получим

$$\hat{H}(\alpha,t) = Me^{-\alpha\hat{S}(t)} = Me^{-\alpha\sum\limits_{i=0}^{n(t)}(\xi_i - m)} = \\ = \exp\left\{(\psi(\alpha)-1)\left(\lambda t + r_1\int_0^t f_1(\psi(\alpha),s)\,ds + r_2\int_0^t f_2(\psi(\alpha),s)\,ds\right)\right\}.$$

Здесь $\psi(\alpha) = Me^{-\alpha(\xi_i - m)}$ – характеристическая функция разности цены покупки и величины m – бонуса выдаваемого покупателю при совершении им покупки величиной ξ.

Аналогично рассуждениям пункта 4, находим математическое ожидание и дисперсию величины дохода компании, полученного за время t проведения акции:

$$M\hat{S}(t) = (a-m)\left\{\lambda t + r_1\int_0^t f_1(1,s)\,ds + r_2\int_0^t f_2(1,s)\,ds\right\}; \qquad (23)$$

$$\begin{gathered} D\hat{S}(t) = \left(M\xi^2 + m^2 - 2am\right)\left\{\lambda t + r_1\int_0^t f_1(1,s)\,ds + r_2\int_0^t f_2(1,s)\,ds\right\} - \\ - 2(a-m)\left(r_1\int_0^t \frac{df_1(1,s)}{d\alpha}ds + r_2\int_0^t \frac{df_2(1,s)}{d\alpha}ds\right). \end{gathered} \qquad (24)$$

6. Оптимальное отношение цены подарка к средней стоимости покупки

Теперь определим оптимальное значение величины γ отношения цены подарка m к среднему значению стоимости покупки a, обеспечивающее максимальную прибыль компании.

Будем рассматривать среднюю величину дохода компании, полученного за время проведения акции t, как функцию от величины γ:

$$M\hat{S}(t) = f(\gamma) = a(1-\gamma)\left\{\lambda t + r_1(\gamma)\int_0^t f_1(1,s)\,ds + r_2(\gamma)\int_0^t f_2(1,s)\,ds\right\}, \qquad (25)$$

где

$$r_k(\gamma) = r_{k,1} - \left(r_{k,1} - r_{k,0}\right)(1-\gamma)^2 \qquad (26)$$

для k-й категории покупателей, $k = 1, 2$.

Согласно виду интегральных уравнений (14-15), функции $f_k(1,s)$ будут зависеть от вероятностей возвращения клиентов, а следовательно, в условиях акции, и от величины γ.

Тогда

$$\begin{gathered} f'(\gamma) = a\left((1-\gamma)\left(\sum_{k=1}^{2} r_k'(\gamma)\int_0^t f_k(1,s)\,ds + \sum_{k=1}^{2} r_k(\gamma)\int_0^t \frac{df_k(1,s)}{d\gamma}ds\right) - \right. \\ \left. - \lambda t - \sum_{k=1}^{2} r_k(\gamma)\int_0^t f_k(1,s)\,ds\right). \end{gathered} \qquad (27)$$

Из необходимого условия $f'(\gamma) = 0$ можно найти оптимальное значение γ.

Приведем численный пример. В случае экспоненциального распределения времени обдумывания клиентов, при вероятности смены категории клиента $q = 0{,}3$, с начальными вероятностями возвращения $r_{1,0} = 0{,}225$, $r_{2,0} = 0{,}4$ и максимальными $r_{1,1} = 0{,}8$ и $r_{2,1} = 0{,}7$ в случае проведения акции, при средней стоимости покупки 3000 рублей и около 10 обращений новых клиентов в день, за месяц работы компания, не проводя акции, получит доход 1,2 млн рублей. Количество продаж при этом составит около 400. При проведении акции «Подарок за покупку» число продаж может превысить 680 в месяц, и при этом компания получит чистую прибыль в 146 тысяч рублей. Стоимость подарка при этом должна составлять 1000 рублей. Если же компания не желает получать никакой прибыли, а только увеличить число своих клиентов, то при стоимости подарков равной 1700 рублей, число продаж компании возрастет более чем в два раза, превысив 880 обращений в месяц. Дальнейшее же увеличение стоимости подарка будет уменьшать доход компании.

Заключение

Проведено исследование суммарного потока обращений в двухфазной СМО с неограниченным числом линий и повторными обращениями к фазам как математической модели суммарного потока клиентов торговой компании. Найдена производящая функция суммарного числа клиентов компании, математическое ожидание и дисперсия дохода компании в условиях обычного функционирования и в условиях проведения маркетинговой акции «Подарок за покупку». Приведен пример использования полученных аналитических выражений для расчета желательной стоимости подарка, с целью привлечения максимального числа клиентов или для попутного получения некоторой денежной прибыли от проведения акции.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Морозова А.С.*, *Моисеева С.П.*, *Назаров А.А.* Исследование СМО с повторным обращением и неограниченным числом обслуживающих приборов методом предельной декомпозиции // Вычислительные технологии. 2005. Т. 13. Вып. 5. С. 88–92.
2. *Гнеденко Б.В.* Курс теории вероятностей. М.: Наука, 1969. 448 с.
3. *Эльцгольц Л.Э.* Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1969. 424 с.

Ананина Ирина Алексеевна
Томский государственный университет
E-mail: ananinaia@sibmail.com
Поступила в редакцию 10 ноября 2010 г.