

ОЦЕНИВАНИЕ ЗНАНИЙ УЧАЩЕГОСЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ

В работе сделана попытка совместить количественное оценивание «внутри» программной системы и отображения качественности полученной оценки для пользователя. При вычислении оценки в количественной форме учитывается не только факт выполнения задания, но и стиль выполнения (потребность в подсказках, выполнение задания не полностью, а поэтапно). Оценки вычисляются не только для каждого задания в отдельности, но и по темам, объединяющим задания в подмножества, а также по всему учебному материалу (всему множеству заданий). Для отображения полученных оценок в качественной форме используется теория нечетких множеств.

В настоящее время мы наблюдаем интенсивное внедрение современных информационных технологий в процесс обучения. Несмотря на разнообразие форм, неотъемлемой частью их является проведение автоматизированного контроля качества освоения учебного материала. Особенно это важно при отсутствии непосредственного контакта ученика и учителя, например, при дистанционном обучении, при самообучении с помощью различных электронных материалов. Не случайно в комплект электронных материалов, поддерживающих традиционные формы обучения или предназначенных для самообучения, как правило, включают контролирующие компоненты (программные, программно-аппаратные).

Чаше всего эта задача решается с помощью тестирования. Предполагается, что тестирование, несмотря на простоту, позволяет достаточно точно оценить знания ученика, основная проблема заключается лишь в грамотной методической проработке комплекта тестов учителем-экспертом, знания которого реализуются в контролирующей программной системе (или компоненте более общей системы). Несомненно, такая методическая проработка исключительно важна, однако это далеко не единственная проблема. Одной из ключевых проблем, возникающих при тестовом контроле знаний, нерешение которой может существенно уменьшить его эффективность, является проблема сопоставимости результатов оценивания и совместного учета оценок различных заданий. Эта проблема связана с качественностью шкал тестового оценивания.

Дело в том, что тестовые задания оцениваются, обычно, в шкалах наименований или порядка, которые относятся к группе качественных шкал. А, как известно, элементы таких шкал не имеют числового смысла, вследствие чего для результатов, полученных в таких шкалах, недопустимы арифметические преобразования. В частности, для таких данных не имеет смысла суммирование, числовое среднее и т.п. Так называемая оцифровка проблемы не решает, она лишь преобразует данные в более удобную внешнюю форму. Поэтому, например, если среди ответов на тестовые вопросы есть различные по качеству ответы (неудовлетворительные, удовлетворительные, хорошие, отличные), то на основании только этих данных нельзя сказать, какова же оценка в целом по всему множеству этих заданий. Кроме того, в этом случае возникают трудности в сравнении разных учеников или выполнения групп заданий по разным темам одним и тем же учеником.

Обычно, для выхода из этого положения тестовые задания оценивают в альтернативной шкале (для каждого задания из множества вариантов ответа один считается отличным, а остальные неудовлетворительными) и правильным ответам присваивают числовые значения, которые затем и используют в расчетах. Другим выходом может быть вычисление частот различных качественных оценок по множеству результатов выполнения тестовых заданий. Однако возникает другая проблема – числовая оценка неудобна как ученику, так и учителю, привычным к качественности оценивания.

В данной работе сделана попытка совместить количественное оценивание «внутри» программной системы и каче-

ственное отображения полученной оценки для пользователя. При вычислении оценки в количественной форме учитывается не только факт выполнения задания, но и стиль выполнения (потребность в подсказках, выполнение задания не полностью, а поэтапно). Оценки вычисляются не только для каждого задания в отдельности, но и по темам, объединяющим задания в подмножества, а также по всему учебному материалу (всему множеству заданий). Для отображения полученных оценок в качественной форме используется теория нечетких множеств.

КОЛИЧЕСТВЕННОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

Пусть весь учебный материал состоит из множества тем W и множества контрольных заданий Z , выполнение которых предусмотрено для оценивания качества освоения этого учебного материала. Для каждой темы $w \in W$ имеется множество заданий $Z_w \subset Z$, причем $\bigcup_{w \in W} Z_w = Z$ и $\forall w_1 \in W, \forall w_2 \in W \quad Z_{w_1} \cap Z_{w_2} = \emptyset$.

Предполагается, что заданием может быть задача, требующая вычислений, графических и/или логических построений и т.п., а также различного вида тесты:

- альтернативный или множественный выбор из предложенных вариантов;
- перекрестный выбор, требующий указание связей между элементами двух различных множеств;
- подстановка, предусматривающая добавление элементов (фрагментов) в предлагаемый ответ;
- исправление ошибок в предлагаемом ответе;
- установление правильной последовательности объектов в предлагаемом ответе.

Суть предлагаемого количественного оценивания заключается в поощрении за правильно выполненное задание или, хотя бы, действия, операции, этапы, а также наказании за возврат к теоретическому материалу и потребность в поэтапном решении задачи с помощью системы. Для этого используется соответствующая информация, характеризующая каждое задание. Она включает в себя сведения о возможности разбиения на этапы, операции или действия, значения коэффициентов наказания за возврат к теории и поэтапное выполнение, а также значения коэффициентов поощрения как за решение всей задачи (максимально возможная оценка), так и за выполнение каждого этапа, операции, действия. Задания могут быть разбиты на разное количество этапов разной степени подробности (каждый этап может быть разбит на части и т.д.).

Задание ученик может выполнить сразу, если даст верный ответ на сформулированный вопрос. Назовем это первым уровнем. Если ученик не может решить задачу на этом уровне (дал неверный ответ или не смог

дать ответ), он может решить ее последовательно по частям (этапам). Назовем это вторым уровнем выполнения задания. Аналогично определяем понятие третьего уровня (если этап выполняется по частям) и т.д. (рис. 1). В частности, этапы (части) могут представлять собой тестовые задания, выполнение которых в совокупности заменяют этап предыдущего уровня.

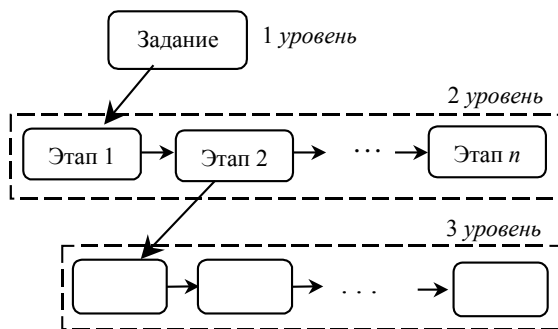


Рис. 1. Многоуровневое выполнение задания

Переход на следующий уровень выполнения задания осуществляется по инициативе системы (если дан неверный ответ) или по инициативе ученика для каждого этапа (каждой части) в отдельности. Это означает, что, выполняя задание, можно на любом этапе перейти на следующий уровень, но после выполнения этого этапа по частям снова производится автоматический возврат на предыдущий уровень.

Количество уровней для каждого конкретного задания зависит от его особенностей. Могут быть задания, для которых предусмотрен только один уровень (задание необходимо выполнить только сразу, этапов нет). На каждом уровне этапы (части) также могут предполагать разное количество следующих уровней. Другими словами, какие-то части выполнения задания могут дробиться на еще более мелкие этапы, а какие-то и нет. Это закладывается в программную систему изначально. Задание может быть выполнено на разном уровне. Допустимо отсутствие такого разбиения, в этом случае будет учитываться лишь возврат к теории.

Для сопоставимости оценок по заданиям, темам и всему курсу в целом для всех заданий устанавливается одинаковая, максимально возможная количественная оценка F , которую получает ученик, если он дал верный ответ, не обращаясь к помощи системы как по теории, так и по способу выполнения задания. Возврат к теории и обращение к системе за подсказками по поводу этапности выполнения приводит к автоматическому уменьшению максимально возможной оценки. Количественная оценка $Q(z)$ за выполнение задания $z \in Z$ вычисляется по формуле

$$Q(z) = \begin{cases} F(R(z) - m_G G(z)), & \text{если } R(z) > m_G G(z), \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

где $R(z)$ – величина, учитывающая этапность выполнения задания ($0 \leq R(z) \leq 1$); $G(z)$ – коэффициент наказания за возврат к теории ($0 \leq G(z) \leq 1$), при $G(z) = 0$ оценка не зависит от возвратов к теории, при $G(z) = 1$ даже одно такое действие приводит к тому, что $Q(z)$ станет нулевой; m_G – количество возвратов к теории.

Каждый возврат к изучению теории считается более негативным поступком, чем выполнение задания пусть и по этапам, но самостоятельно. Поэтому и

влияние этого действия на оценку больше, чем этапность. Как только $Q(z)$ становится равной нулю, выполнение задания прекращается.

Далее будем иметь в виду, что вычисления производятся для определенного задания $z \in Z$, и для сокращения записи указывать его не будем. Предполагается, что наилучшее знание учебного материала ученик демонстрирует, если ему не надо подсказывать, в какой последовательности и какие именно этапы, действия, операции он должен выполнить, чтобы выполнить задание. Если система ему в этом подсказывает, то оценка может быть уменьшена. Поэтому

$$R = \begin{cases} K^{(2)} S^{(2)}, & \text{если выполняется на 2-м уровне,} \\ 1, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

где $K^{(2)}$ – коэффициент наказания за то, что задание не выполнено сразу (на первом уровне); чем он меньше, тем больше наказание, при $K^{(2)} = 1$ наказания вообще нет, т.е. $0 < K^{(2)} \leq 1$; $S^{(2)}$ – величина поощрения за поэтапное выполнение задания на следующем (втором) уровне, которая равна сумме поощрений $D_j^{(2)}$ за каждый выполненный j -й этап ($j = \overline{1, n_2}$; n_2 – количество

этапов второго уровня), т.е. $S^{(2)} = \sum_{j=1}^{n_2} D_j^{(2)}$.

Поощрение $D_j^{(2)}$ за каждый выполненный этап на втором уровне вычисляется аналогично оценке за все задание ($D_j^{(2)} = F_j^{(2)} R_j^{(2)}$), где $F_j^{(2)}$ – коэффициент, характеризующий вклад j -го этапа в выполнение всего задания ($0 < F_j^{(2)} < 1$); сумма этих коэффициентов должна быть равна единице, т.е. $\sum_{j=1}^{n_2} F_j^{(2)} = 1$;

$$R_j^{(2)} = \begin{cases} K_j^{(3)} S_j^{(3)}, & \text{если выполняется на 3-м уровне,} \\ 1, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

где $K_j^{(3)}$ – коэффициент наказания за то, что этап не выполнен сразу (на втором уровне), $0 < K_j^{(3)} \leq 1$; $S_j^{(3)}$ – величина поощрения за выполнение j -го этапа по частям на следующем (третьем) уровне, равная сумме поощрений за каждую выполненную часть этого этапа.

При последующем разбиении выполнения этапов на части (этапы, действия, операции и т.п.) вычисления производятся аналогично. На последнем уровне величины поощрения выполнения каждой части равны коэффициентам, выражающим вклады этих частей в выполнение этапа, который из них состоит.

Итак, если задание выполняется без возврата к теории и поэтапности, ученик получает максимальную оценку F . Если ученик не может выполнить задание таким образом, ему предлагается (или он сам так хочет) поэтапное решение. Однако оценка может быть при этом несколько снижена в соответствии с тем, насколько $K^{(2)}$ меньше единицы. Величина $D_j^{(2)}$ на втором уровне отражает долю (вклад) j -го этапа в выполнении всего задания, их сумма $S^{(2)}$ равна единице, если этот этап выполняется без последующего разбиения на части. В противном случае $S^{(2)}$ может уменьшиться, что регулируется коэффициентами $K_j^{(3)}$.

Аналогичный принцип лежит в основе оценивания и других уровней. На последнем уровне величина поощрения за выполнение каждой части равна соответствующему коэффициенту, характеризующему вклад, поэтому их сумма равна единице. Например, пусть для какого-либо j -го этапа второго уровня возможен третий уровень разбиения на $n_{3,j}$ частей и дальнейшее разбиение не предполагается. Тогда величина поощрения за выполнение каждой l -й части $D_{j,l}^{(3)}$ равна коэффициенту (вкладу) $F_{j,l}^{(3)}$ в выполнение j -го этапа.

Поскольку $\sum_{l=1}^{n_{3,j}} F_{j,l}^{(3)} = 1$, то $\sum_{l=1}^{n_{3,j}} D_{j,l}^{(3)} = 1$.

Таким образом, факт уменьшения оценки и величина этого уменьшения определяется значениями соответствующих коэффициентов, которые задаются экспертом-учителем при настройке программной системы. Поэтому для количественного оценивания от эксперта-учителя по каждому заданию $z \in Z$ требуется следующая характеризующая его информация:

- G – коэффициент наказания за откат к теории, $0 \leq G \leq 1$;

- $K^{(2)}$ – коэффициент наказания за то, что задание не выполнено на первом уровне, $0 < K^{(2)} \leq 1$; чем он меньше, тем больше наказание, при $K^{(2)} = 1$ наказания вообще нет;

- $F_j^{(2)}$ – коэффициенты, характеризующие вклад каждого j -го этапа ($j = \overline{1, n_2}$; n_2 – количество этапов второго уровня) в выполнение всего задания, $0 < F_j^{(2)} < 1$, $\sum_{j=1}^{n_2} F_j^{(2)} = 1$;

- $K_j^{(3)}$ – коэффициенты наказания за то, что j -й этап не выполнен на втором уровне, $0 < K_j^{(3)} \leq 1$;

- $F_{j,l}^{(3)}$ – коэффициенты, характеризующие вклад каждой l -й части ($l = \overline{1, n_{3,j}}$; $n_{3,j}$ – количество частей третьего уровня для j -го этапа) в выполнение j -го этапа, $0 < F_{j,l}^{(3)} < 1$, $\sum_{l=1}^{n_{3,j}} F_{j,l}^{(3)} = 1$ и т.д. для остальных уровней, если они предусмотрены.

Эти коэффициенты позволяют учителю регулировать влияние негативных факторов на величину оценки по каждому заданию в отдельности. В результате, при выполнении разных заданий уменьшение оценки может происходить с различной скоростью. Если все коэффициенты наказания $K^{(2)}$, $K_j^{(3)}$, ... на всех уровнях равны единице, то нет разницы, как выполнять задание, в целом или поэтапно, на оценку это не влияет. Величина R может оказаться меньше единицы лишь в том случае, если какая-то часть задания вообще не выполнена. Учет возвратов к изучению теории определяется величиной G . Для каких-то заданий учитель может даже задать эти коэффициенты так, что никакого наказания происходить не будет, а для других – так, что даже однократный возврат к теории приведет к уменьшению оценки до нуля.

КОЛИЧЕСТВЕННОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМ И УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА В ЦЕЛОМ

Задания группируются по темам. По итогам их выполнения вычисляется количественная оценка Q_w по каждой теме $w \in W$, а затем на основании полученных Q_w вычисляется итоговая оценка по всему учебному материалу в целом.

Задания могут быть разными по сложности, и их выполнение может требовать от ученика разных уровней освоения теоретического материала. Поэтому при вычислении Q_w учитываются оценки по всем заданиям с разным весом. Эти веса $v(z)$ отражают вклад выполнения каждого задания $z \in Z_w$ в Q_w ; $0 < v(z) < 1$, $\sum_{z \in Z_w} v(z) = 1$. Оценка Q_w представляется взвешенной суммой оценок $Q(z)$ за выполнение заданий $z \in Z_w$ темы $w \in W$, т.е.

$$Q_w = \sum_{z \in Z_w} v(z) Q(z).$$

Заметим, что $Q_w \leq F$, причем $Q_w = F$ в том случае, если все задания решены правильно без возвратов к теории и этапности выполнения.

Важность и сложность тем так же может быть различной, поэтому при вычислении общей оценки по всему учебному материалу учитывается вес (вклад) $\eta(w)$ каждой темы. Величины $v(z)$ и $\eta(w)$ задаются экспертом-учителем при настройке программной системы.

Оценка Q за изучение учебного материала в целом также вычисляется в виде взвешенной суммы

$$Q = \sum_{w \in W} \eta(w) Q_w,$$

где $\eta(w)$ – вес (вклад) выполнения всех заданий по теме $w \in W$ в изучение учебного материала в целом, $0 < \eta(w) < 1$, $\sum_{w \in W} \eta(w) = 1$. Заметим, что $Q \leq F$.

Таким образом, выполнение всех заданий, а также изучение тем и всего учебного материала оцениваются в одной и той же количественной шкале – все оценки принадлежат интервалу $[0, F]$. Это обеспечивает сопоставимость оценок и возможность их использования в вычислениях.

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ КОЛИЧЕСТВЕННЫХ ОЦЕНОК В КАЧЕСТВЕННЫЕ

Пока речь шла только о вычислении оценок в количественной форме. Такой подход обеспечивает сопоставимость результатов, поскольку оценивание производится в одной и той же шкале как по каждому заданию в отдельности, так и по темам и учебному материалу в целом. Кроме этого, с этими оценками можно производить арифметические вычисления, что недопустимо в случае качественных оценок. Однако возникает другая проблема. То, что удобно для вычислений внутри программной системы, неудобно как ученику, так и учителю, которые привычны к качественной форме представления оценок. Это игнорировать неразумно, поэтому желательно при отображении полученных оценок на экран для пользователя преобразовывать количественные оценки в привычную для него качественную форму («плохо», «не пло-

хо и не удовлетворительно», «неудовлетворительно», «не очень хорошо», «хорошо», и т.д.).

Определим лингвистическую переменную *оценка*, заданную кортежем [1] $\langle \text{оценка}, T, U, G, M \rangle$, где $T = \{\text{плохо}, \text{удовлетворительно}, \text{хорошо}, \text{отлично}\}$ – множество первичных термов (значений лингвистической переменной), т.е. ее базовое терм-множество, каждое из таких значений является нечеткой переменной со значениями из множества U ; $U = [0, F]$ – универсальное множество, т.е. область определения значений лингвистической переменной *оценка*; G – синтаксическая процедура образования новых термов с помощью нечетких связей «и», «или» и модификаторов «не», «очень»; расширенное терм-множество $G(T)$ включает в себя термы «очень плохо», «не очень плохо», «не очень плохо и не удовлетворительно» и т.д.; M – семантическая процедура, которая ставит в соответствие каждому значению лингвистической переменной (каждой нечеткой переменной) определенное нечеткое множество.

Для удобства исполнения операций, а также ввода/вывода и хранения данных в программной системе, нечеткие множества, соответствующие термам из T , представим функциями (L - R)-типа [3], которые задаются с помощью невозрастающих на множестве неотрицательных действительных чисел функций действительного переменного $L(x)$ и $R(x)$, удовлетворяющих свойствам: а) $L(-x) = L(x)$, $R(-x) = R(x)$; б) $L(0) = R(0)$. К этому классу относятся функции, графики которых имеют вид, показанный на рис. 2.

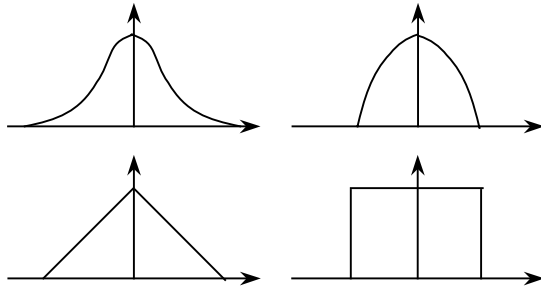


Рис. 2. Типовые графики (L - R)-функций

Примеры подобных функций приведены в [2]. Унимодальное нечеткое множество A с модой a с помощью (L - R)-функций задается следующим образом:

$$\mu_A(u) = \begin{cases} L\left(\frac{a-u}{\alpha}\right), & \text{если } u \leq a, \\ R\left(\frac{u-a}{\beta}\right), & \text{если } u \geq a, \end{cases}$$

где a – мода; $\alpha > 0$, $\beta > 0$ – левый и правый коэффициенты нечеткости.

В частности, если в качестве L и R использовать одну и ту же функцию, то нечеткое множество будет определяться ее видом и двумя параметрами (a и β). Например, такой функцией может быть

$$L_{a,\beta}(u) = \frac{1}{1 + \left(\frac{u-a}{\beta}\right)^2}, \quad (1)$$

где a – мода, т.е. такое $a \in U$, для которого $L_{a,\beta}(a) = \max_{u \in U} L_{a,\beta}(u)$; β – коэффициент нечеткости. Заметим,

что $L_{a,\beta}(u)$ – симметричная унимодальная функция, принимающая значения в интервале $[0, 1]$, причем $L_{a,\beta}(a) = 1$. Тогда нечеткие множества, соответствующие первичным термам, определяются функциями принадлежности

$$\begin{aligned} \mu_{\text{плохо}}(u) &= \begin{cases} 1, & \text{если } u \leq a_1, \\ L_{a_1,\beta}(u), & \text{если } u \geq a_1, \end{cases} \\ \mu_{\text{удовлетв}}(u) &= L_{a_2,\beta}(u), \\ \mu_{\text{хорошо}}(u) &= L_{a_3,\beta}(u), \\ \mu_{\text{отлично}}(u) &= \begin{cases} L_{a_4,\beta}(u), & \text{если } u \leq a_4, \\ 1, & \text{если } u \geq a_4. \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

Каждое нечеткое множество определяется своим значением моды a_i ($i = 1, 2, 3, 4$), вычисляемой по формуле

$$a_i = \frac{F}{2n_T} (2i - 1), \quad (3)$$

где F – максимально возможная оценка; n_T – мощность базового терм-множества T , т.е. количество первичных термов (в данном случае 4). Заметим, что все нечеткие множества нормальны. Вид функций принадлежности этих нечетких множеств представлен на рис. 3.

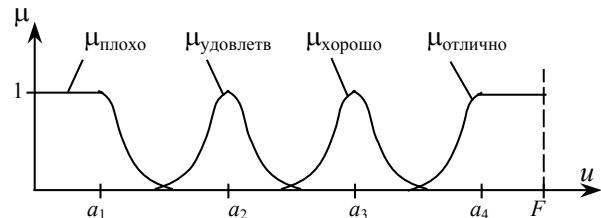


Рис. 3. Функции принадлежности первичных термов

Коэффициент нечеткости β характеризует неопределенность значений базового терм-множества относительно друг друга. Это проявляется в том, насколько много элементов, которые, хотя и в разной степени, могут быть отнесены сразу к нескольким нечетким множествам. Графически это показано на рис. 4, на котором вариант б отличается большим значением β в сравнении с а.

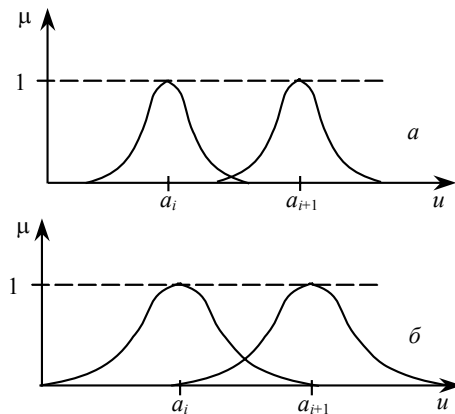


Рис. 4. Функции принадлежности при разных β

Поясним это более строго. Пусть для нечетких множеств A и B , соответствующих соседним элементам множества T (соседним базовым значениям лингвистической переменной), задан уровень α ($0 < \alpha \leq 1$) значений функций принадлежности, который опреде-

ляет четкие множества $A_\alpha = \{u | \mu_A(u) \geq \alpha\}$ и $B_\alpha = \{u | \mu_B(u) \geq \alpha\}$. Тогда их пересечение $A_\alpha \cap B_\alpha$ представляет собой интервал $I_\alpha \subset U$ таких значений $u \in U$, которые одновременно могут быть отнесены к разным значениям лингвистической переменной со значениями функции принадлежности, не меньшими уровня α . Следовательно, нечеткость базовых значений (соответствующих нечетких множеств A и B) относительно друг друга характеризуется размером интервала I_α : чем он больше, тем больше относительная нечеткость. Размер S_{I_α} интервала I_α определяется значением коэффициента β . Действительно, из (1), (2) и (3) следует, что величина

$$d = \frac{1}{1 + \left(\frac{F}{2n_T\beta}\right)^2} \quad (4)$$

задает такое значение для α , что при $\alpha \leq d$ $I_\alpha \neq \emptyset$, в противном случае $I_\alpha = \emptyset$ (рис. 5).

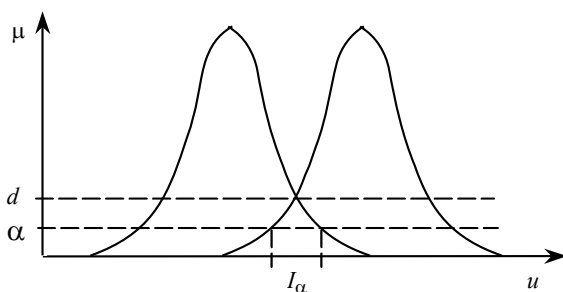


Рис. 5. Интервал I_α относительной нечеткости α -уровня

Тогда при фиксированном α величина S_{I_α} определяется значением β , вычисляемом в зависимости от d следующим образом:

$$\beta = \frac{F}{2n_T} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{d} - 1}}. \quad (5)$$

Учитывая (1), (3) и (5), получаем

$$S_{I_\alpha} = 2\beta \sqrt{\frac{1}{\alpha} - 1} - \frac{F}{n_T} = \frac{F}{n_T} \left(\sqrt{\frac{\frac{1}{\alpha} - 1}{\frac{1}{d} - 1}} - 1 \right).$$

Отсюда видно, что увеличение d приводит к увеличению β , что влечет за собой увеличение интервала I_α . И наоборот, при уменьшении d уменьшается β , вследствие чего уменьшается и размер интервала I_α .

Таким образом, выбор β для функции $L_{\alpha, \beta}(u)$ определяется значением d , которое позволяет количественно выразить качественное понимание эксперта-учителя нечеткости соседних значений лингвистической переменной.

Смысл элементов расширенного терм-множества $G(T)$ определяется нечеткими множествами, являющимися результатами применения операторов пересечения (для связки «и»), объединения (для связки «или»), дополнения (для модификатора «не») и концентрирования (для модификатора «очень»). Эти операторы основаны на использовании операций $\min$ и $\max$. Это означает, что если A и B – нечеткие множества, определяющие смысл соответствующих термов из множества $T \cup G(T)$, то пересечением $A \cap B$ является нечеткое множество с функцией принадлежности $\forall u \in U \mu_{A \cap B}(u) = \min(\mu_A(u), \mu_B(u))$, объединением $A \cup B$ – нечеткое множество с функцией принадлежности $\forall u \in U \mu_{A \cup B}(u) = \max(\mu_A(u), \mu_B(u))$, дополнением $\bar{A}$ – нечеткое множество с функцией принадлежности $\forall u \in U \mu_{\bar{A}}(u) = 1 - \mu_A(u)$, концентрированием $\text{CON}(A) = A^2$ – нечеткое множество с функцией принадлежности $\forall u \in U \mu_{A^2}(u) = \mu_A^2(u)$. Тогда, например, значение «не очень плохо и не удовлетворительно» будет определяться нечетким множеством $C = \bar{A}_1^2 \cap \bar{A}_2$ с функцией принадлежности

$$\forall u \in U \mu_C(u) = \min((1 - \mu_{\text{плохо}}^2(u)), (1 - \mu_{\text{удовлетв}}(u))),$$

вид которой показан на рис. 6.

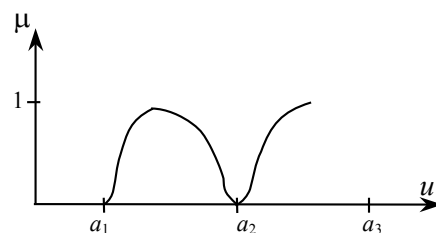


Рис. 6. Функция принадлежности значения «не очень плохо и не удовлетворительно»

На основе полученной количественной оценки выполнения задания определяется значение лингвистической переменной **оценка**, которой она соответствует в наибольшей степени. Делается это следующим образом. Пусть u^* – вычисленная количественная оценка, $\mathcal{H}$ – множество нечетких множеств, соответствующих термам множества $T \cup G(T)$. Тогда u^* наиболее соответствует такому нечеткому множеству $C^* \in \mathcal{H}$, для которого $\mu_{C^*}(u^*) = \max_{C \in \mathcal{H}} \mu_C(u^*)$ и $\mu_{C^*}(u^*) > 0,5$. Другими словами, u^* принадлежит обычному множеству, ближайшему (в смысле евклидова расстояния) к такому C^* , что $\mu_{C^*}(u^*) = \max_{C \in \mathcal{H}} \mu_C(u^*)$. По-

лученное значение лингвистической переменной показывается пользователю в качестве окончательного результата оценивания его работы по выполнению задания, темы, учебного материала в целом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию решений. М.: Мир, 1976.
2. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств. М.: Радио и связь, 1982.
3. Пивкин В.Я., Бакулин Е.П., Кореньков Д.И. Нечеткие множества в системах управления. Новосибирск: НГУ, 1997.

Статья представлена кафедрой теоретической кибернетики факультета прикладной математики и кибернетики Томского государственного университета и лабораторией статистических методов ОПИ ТНЦ СО РАН, поступила в научную редакцию 21 мая 2003 года.