

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ К ОЦЕНКЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СУБЪЕКТА ХОЗЯЙСТВОВАНИЯ

Рассматриваются математические методы оценки эффективности деятельности субъекта. Предложен графический метод оценки эффективности деятельности субъекта хозяйствования в 3-мерном фазовом пространстве.

Одной из главных задач современного управления субъектом хозяйствования (субъектом) является минимизация риска предпринимательской деятельности на основе оценки каждого принимаемого решения с точки зрения возможности извлечения выгоды. При этом возрастает роль оценки и анализа при обосновании эффективности каждого управленческого решения. Процесс развития субъекта по своей сути является процессом выбора и принятия решений для определения дальнейшего устойчивого и эффективного развития. В нестабильных условиях рыночной экономики, при ограниченности ресурсов, наличии сильной конкуренции и других факторов, оказывающих значительное влияние на процесс развития, от правильности принятия решений и прогнозирования дальнейших событий зависит само существование предприятия, поэтому методы прогноза и анализа возможных траекторий развития становятся чрезвычайно актуальными.

В исследовании нами была поставлена задача изучения комплекса эконометрических, графоаналитических методов оценки эффективности и прогнозирования экономических процессов. На сегодняшний день существует большой набор концепций, моделей, представляющих экономическое развитие достаточно логично, допускающих упрощенное формализованное математическое описание. Основная проблема состоит не в том, чтобы подобрать адекватный математический метод оценки. Серьезная междисциплинарная работа нужна, чтобы понять, что и в каких случаях применимо, какие упрощения разумны и оправданы.

С точки зрения математики субъект хозяйствования можно представить в виде динамической системы, состояние которой может быть описано движением точки в фазовом пространстве. Важнейшей характеристикой этого пространства является его размерность.

Состояние динамической системы можно описать и исследовать с помощью:

1. Системы дифференциальных уравнений в частных производных), нелинейных интегральных уравнений, методов нелинейной динамики.
2. Метода обобщенных функций.
3. Методов многомерного статистического анализа, факторного анализа.
4. Теорем приближения функций, теорем вложения, сложных функций.
5. Эргодической теории динамических систем.

Рассмотрим данные подходы к исследованию системы.

МЕТОДЫ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ

В простейших случаях состояние динамической системы можно охарактеризовать посредством величин $w_1, \dots, w_m$, которые могут принимать произвольные (действительные) значения, причем двум разным наборам величин $w_1, \dots, w_m$ и $w'_1, \dots, w'_m$ отвечают различные состояния, и обратно, а близость всех w_i к w'_i означает близость соответствующих состояний системы. Закон движения тогда записывается в виде автономной системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{w}_i = f_i(w_1, \dots, w_m), \quad i = 1, m. \quad (1)$$

Рассматривая значения $w_1, \dots, w_m$ как координаты точки в m -мерном пространстве можно геометрически представить соответственное состояние динамичности системы посредством этой точки w . Последнюю назы-

вают фазовой точкой, а пространство – фазовым пространством системы. Изменение состояния системы со временем изображается как движение фазовой точки по некоторой линии (так называемой фазовой траектории определенного вектора) в фазовом пространстве, образуя векторное поле. При изменении состояния системы из каждой точки w образующийся вектор $f(w)$ с компонентами, определяемыми уравнением:

$$(f_1(w_1, \dots, w_m), \dots, f_m(w_1, \dots, w_m)). \quad (2)$$

Дифференциальное уравнение (1) с помощью введенных обозначений можно упрощенно представить как

$$\dot{w} = f(w). \quad (3)$$

Для системы двух уравнений вида (1) ($m=2$) кинематическая интерпретация дает весьма наглядный и эффективный способ исследования, поскольку векторное поле $f(w)$ и фазовая траектория могут быть практически изображены на фазовой плоскости. Уже в случае трех уравнений ($m=3$) приходится производить соответствующие построения в 3-мерном пространстве, что довольно затруднительно, а при $m > 3$ практическая возможность вообще отпадает. (В нашем исследовании размерность фазового пространства, отражающего деятельность субъекта и определяемой многочисленными факторами эффективности, за основу принята трехфакторная модель). Необходимо отметить, что для линейной автономной системы структура фазовых траекторий известна, так как такая автономная система интегрируема. Для нелинейных автономных систем этот вопрос принадлежит к числу не решенных до конца проблем даже при $m=2$. Необходимо отметить, что сложная динамическая система характеризуется неравновесностью, нелинейностью, описываемой нелинейными дифференциальными уравнениями. Нелинейное дифференциальное уравнение с частными производными 1-го порядка для неизвестной функции z от n независимых переменных $x_1, \dots, x_n$ имеет вид

$$F\left(x_1, \dots, x_n, z, \frac{\partial z}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial z}{\partial x_n}\right) = 0, \quad (4)$$

где F – произвольная функция своих аргументов.

Примерами нелинейного интегрального уравнения могут быть уравнения Урысона, Ляпунова–Шмидта и др. В их исследованиях были заложены основы теории ветвления нелинейных интегральных уравнений, целью которой является решение следующей задачи. Пусть имеется решение нелинейной задачи, зависящее от некоторых параметров, причем для некоторых их значений решение может разветвляться. Возникают вопросы о нахождении самого решения и тех значений параметров, при которых оно разветвляется, о числе ветвей и представлении каждой ветви как функции параметров. Теория нелинейных интегральных уравнений является частью общей теории операторных уравнений. Как известно, важнейшее свойство нелинейного дифференциального уравнения состоит в том, что при малых значениях некоторого его параметра q ($q < Q_b$) существует

всего одно решение. Когда же q достигает значения Q_b , уравнению начинают удовлетворять еще одно или несколько решений. Физический смысл увеличения числа решений в том, что при $q = Q_b$ динамическая система оказывается в ситуации открытого будущего. Ведь осуществима лишь одна альтернатива из нескольких, а какая именно – решает случай, т.е. действие ничтожной флуктуации физического параметра реальной системы. Ничтожной – поскольку система при $q = Q_b$ утрачивает устойчивость, делаясь чувствительной к бесконечно слабому воздействию. Желая подчеркнуть, что система при $q = Q_b$ находится на развилке путей в свое будущее, изменение числа (или устойчивости) решений называют бифуркацией (от лат. *bi+furca* – два+вилка), q – бифуркационным параметром, Q_b – бифуркационным значением параметра. Вместе с тем существуют базовые экономические модели общества, разработанные в 1940–1994 гг. Ю.И. Неймарком и П.С. Ландой.

Точка ветвления (решения) – это точка неустойчивого равновесия динамической системы, точка бифуркации для субъекта, своеобразный прогноз будущего развития. Таким образом, годограф можно описать с помощью нелинейного интегрального уравнения. Решение этого уравнения для $m = 3$ очень сложно, громоздко и не всегда возможно, но позволяет выявить точки ветвления для данной динамической системы.

МЕТОД ОБОБЩЕННЫХ ФУНКЦИЙ

Обобщенные функции были введены впервые в конце 20-х гг. XX в. П. Дираком в его исследованиях по квантовой механике. Основы математической теории обобщенных функций были заложены С.Л. Соболевым в 1936 г., а в 1950-х гг. Л. Шварц дал систематическое изложение обобщенных функций и указал многие применения.

Формально обобщенная функция f определяется как линейный непрерывный функционал над тем или иным векторным пространством основных функций $\varphi(x)$; $f: \varphi \rightarrow (f, \varphi)$. Простейшими примерами обобщенных функций являются функционалы, порождаемые локально суммируемыми в пространстве функциями:

$$\varphi \rightarrow (f, \varphi) = \int f(x)\varphi(x)dx, \quad \varphi \in D(o). \quad (5)$$

Обобщенная функция для трех переменных имеет вид

$$F = \int f(t)\varphi(t)z(t)dt, \quad (6)$$

где $f(t)$, $\varphi(t)$, $z(t)$ – описанные выше изменения параметров эффективности во времени.

Теория многомерных интегральных преобразований обобщенных функций подробно изложена в монографии В.С. Владимирова «Обобщенные функции в математической физике».

МЕТОДЫ МНОГОМЕРНОГО СТАТИСТИЧЕСКОГО И ФАКТОРНОГО АНАЛИЗА

Основаны на исследовании совокупности многомерных наблюдений, исходных массивов с применением факторного анализа при помощи матриц нагрузок и др. В практике широко используются более общие версии моделей факторного анализа: нелинейные, построенные на нечисловых переменных, оперирующие с трехмерными матрицами исходных данных, будут нами применяться в ходе всего исследования.

СЛОЖНЫЕ ФУНКЦИИ

Следующим способом анализа являются теоремы приближения функций, теоремы вложения, сложные функции. Сложное математическое описание построенного годографа трех переменных можно упростить, используя теорию приближения функций, теоремы вложения. В 1956 г. А.Н. Колмогоров доказал, что всякая определенная на n -мерном ($n \geq 4$) кубе непрерывная функция является композицией непрерывных функций трех переменных.

В.И. Арнольд уменьшил число переменных с трех до двух. Именно он доказал, что любую непрерывную функцию трех переменных можно представить в виде композиции непрерывных функций двух переменных (и даже более того, в виде суммы 9 функций, каждая из которых является однократной композицией непрерывных функций двух переменных). Тем самым было показано, что каждая непрерывная на n -мерном ($n \geq 3$) кубе функция представима в виде композиции непрерывных функций двух переменных. Этот цикл работ завершает следующая теорема Колмогорова: любая непрерывная функция n -переменных может быть получена (заменена) с помощью композиции непрерывных функций одного переменного и единственной функции двух переменных.

Приближение функций – замена по определенному правилу функции $f(t)$ близкой к ней в том или ином смысле функцией $\varphi(t)$ из заранее фиксированного множества M (приближающего множества). Практическая необходимость в приближении функций возникает в самых разных ситуациях, когда нужно функцию $f(t)$ заменить более гладкой или более простой и удобной для вычисления, восстановить функциональную зависимость по экспериментальным данным и т.п. Классическим аппаратом приближения являются алгебраические и тригонометрические полиномы одного или многих переменных. Точность приближения может быть повышена за счет увеличения степени полинома, что, однако, усложняет приближающий аппарат и увеличивает вычислительные трудности при его использовании.

ЭРГОДИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

И, наконец, рассмотрим применение эргодической теории при анализе динамических систем. При разработке глобальных аспектов теории динамических систем понятие динамической системы подверглось дальнейшему обобщению. Возникли новые направления в теории динамических систем – это эргодическая теория и топологическая динамика.

Зарождение эргодической теории началось с появления идеи о разложении динамической системы на эргодические компоненты. Разбиение множества регулярных точек фазового пространства на эргодические множества, отвечающие различным метрикам, представляет собой наиболее сильную реализацию такой идеи. Одной из важнейших теорем эргодической теории является эргодическая теорема Биркгофа. Эргодическая теория рассматривает измеримые динамические системы. В наиболее общем смысле это тройки (W, G, F) , где W – измеримое фазовое пространство (x, y, z) ; G – хаусдорфова локально компактная группа со счетной базой (для нас это набор факторов, влияющих на систему); F – измеримое отображение $G \times W \rightarrow W$, определяющее дей-

ствие G на W (т.е. влияние факторов на фазовое пространство).

Динамические системы делятся на два принципиальных вида: каскад-система с дискретным временем и поток-система с непрерывным временем. Для анализа каждого вида систем используется свой математический инструментарий.

Построенный на основе статистических данных годограф, отражающий динамику эффективности субъекта, можно описать, используя вышеуказанные методы. Математическое описание годографа дает возможность для прогнозирования дальнейшего развития ситуации, хотя «горизонт прогноза» при этом невелик – 1–3 цикла (точки годографа). Важна сама возможность общего описания сложной динамической системы в виде субъекта хозяйствования. Это позволяет создавать различные модели эффективности субъекта, устанавливать критерии его устойчивости, безопасности и т.д.

Суть предлагаемого подхода к оценке эффективности деятельности субъекта сводится к следующему. Строится трехмерное фазовое пространство, в котором деятельность субъекта за исследуемый период представлена в виде вектора деятельности субъекта в трехмерном пространстве, где R – вектор эффективности работы предприятия; T , P , K – показатели эффективности труда, производства, капитала соответственно. Совокупность этих параметров позволяет охарактеризовать деятельность предприятия с точки зрения его конкурентоспособности. Соответствующие показатели эффективности рассчитываются на основании балансовых отчетов и отражают фактическое действительное состояние дел. При этом не требуются многочисленные дополнительные параметры и данные, необходимые для экспертных оценок, которые часто составляют коммерческую тайну, или их просто нет.

Конец вектора в динамике образует некую поверхность в трехмерном пространстве. В зависимости от принятых показателей эта поверхность может располагаться во всех восьми квадрантах пространства. При наших показателях, когда один коэффициент (эффективность труда) принимает только положительные значения, эта поверхность занимает 4 верхних квадранта.

С экономической точки зрения нас интересуют два квадранта – положительный и отрицательный. В дальних углах этих квадрантов значения параметров имеют максимальное значение – это точки экстремума. Линия, соединяющая эти точки, проходит через начало координат и является линией «оптимального» (максимального) результата.

Девияция (перемещение) конца вектора относительно этой оси отражает экономическое состояние предприятия и служит основанием для дальнейших аналитических исследований.

Итак, используя показатели эффективности труда, производства, капитала и представив их трехмерным вектором, мы получаем в данном фазовом пространстве некую вектор-функцию. Все три параметра (координаты) вектора носят нелинейный характер во времени, хотя в какой-то мере они связаны между собой, так как отражают состояние одного и того же объекта.

Множество концов векторов, отложенных от нулевой точки пространства, называются годографом вектор-функции. В выбранном нами векторном пространстве предлагаем рассматривать его как годограф экономической эффективности.

Возникает вопрос: зачем нам такое сложное представление экономики субъекта и что оно может дать для анализа его состояния? В связи с этим рассмотрим несколько важных моментов. Во-первых, представление экономического состояния субъекта трехфакторной нелинейной функцией, где независимые переменные отражают эффективность, в виде трех основных составляющих, на наш взгляд, довольно полно и наглядно отражает состояние объекта исследования (субъекта), основывающихся на минимально доступной информации. Во-вторых, графическое отображение в трехмерном пространстве наиболее наглядно отражает динамику процесса.

В данном фазовом пространстве, где годограф (фазовая траектория) может располагаться в 4-х верхних квадрантах, а в общем случае, при выборе других показателей, и в 8-и, описать устойчивое состояние системы крайне сложно, так как трудно определить критерии устойчивости. Ими могут быть, вероятно, лишь скорость и амплитуда девиации (перемещения) точки годографа, близость траектории к оптимальной линии 0–А.

Зоны или точки потери устойчивости системы можно определить, найдя решение для нелинейного интегрального уравнения, определив точки ветвления этого решения. В этих точках устойчивость динамической системы равна 0 и дальше возможно несколько других траекторий развития событий – это точки бифуркации.

Если рассматривать годограф относительно «оптимальной» оси (назовем ее маржинальной осью эффективности), например из точки максимума А, то по расположению (форме) годографа, скорости его девиации относительно этой оси, размаху амплитуд можно выработать ряд критериев устойчивости данной динамической системы (например аналог годографа Михайлова для теории автоматического управления). Далее, можно найти критерии взаимозаменяемости параметров, гибкости, как в теории производственных функций (аналог Кобба–Дугласа), определить «зоны обрыва» и т.д.

Описываемая динамическая система слишком «дискретна» т.к. статистические отчеты берутся с интервалом, равным одному году. Поэтому за длительный период получаем всего несколько точек годографа, отражающих общую картину динамики, но иногда этого мало. Если в предлагаемом методе отображение эффективности деятельности субъекта хозяйствования дискретность данных уменьшить на порядок (по месяцам), значительно увеличивая число промежуточных точек годографа, то это позволит перейти от методов векторного анализа к методам нелинейной динамики – синергетики, что позволит определить точки ветвления решения интегрального уравнения – точки бифуркации для данной динамической системы. Таким образом построенный в терминологии синергетики годограф будет выглядеть как странный аттрактор. Применяемые при исследовании эффективности деятельности субъекта хозяйствования методы синергетики позволяют выявить общие принципы и закономерности развития данной динамической системы. В данном случае применимы понятия «поле притяжения аттрактора», «теория русел» и др., которые позволяют наглядно представить изменения в данной динамической системе, ее развитии, и то, что ожидает ее в будущем.

Вернемся к трехмерному фазовому пространству экономической эффективности. Предлагаем построить годографы (аттракторы), например, для нескольких субъ-

ектов (предприятий), и оценить их расположение относительно «оси максимальной эффективности». Практически мы вплотную подошли к категории конкурентоспособности, так как сравниваем годографы друг с другом, и чем ближе соответствующие временные точки годографов к точке максимума, тем выше общая эффективность предприятия на рынке. Конечно, мы предлагаем несколько упрощенный подход к категории эффективности. Он предполагает отражать общую картину положения субъекта на рынке и, по нашему мнению, достаточно верно и точно отражает ее в целом.

Принципиально важнее другое: имея в фазовом пространстве несколько аттракторов (субъектов), можно определить так называемые русла аттракторов, иными словами, определить, куда и как со временем передвигается весь аттрактор (или его центр тяжести) по фазовому пространству.

Следуя логике нашего исследования, переходим к следующей ступени осмысления происходящих экономических процессов. В силу множества различных причин (корпоративные интересы собственников, историческое развитие, технологическое состояние и многое, многое другое) каждый субъект хозяйствования занимает определенное место на рынке, где более или менее эффективно осуществляет свою деятельность. Это отражается в

нашем фазовом пространстве расположением соответствующих странных аттракторов (или годографов – при большой дискретности времени). Русла этих аттракторов показывают дальнейшее развитие данного субъекта в силу сложившегося на данное время положения.

С точки зрения субъекта хозяйствования, русла всех аттракторов должны стремиться к точке максимума A , где максимально эффективно используются трудовые ресурсы, основные фонды, финансы и т.д. Оценивая и анализируя построенный годограф, можно определить пути достижения цели эффективного развития субъекта, найти способы и методы управления и воздействия, или иными словами, используя математический язык, развернуть и устремить русло аттрактора в нужном направлении в так называемую точку максимума A фазового пространства.

Предлагаемый подход позволяет рассматривать процесс управления субъектом хозяйствования с точки зрения ее эффективности, дает возможность не только оптимизировать процесс управления динамической системой для получения эффекта управления, но и способствует принятию успешных решений, наглядно отражает динамику происходящих процессов, являясь отправной точкой для более детальной оценки, анализа и прогнозирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айвазян С.А. Классификация многомерных наблюдений. М., 1974.
2. Антосик П. Теория обобщенных функций. Секвенциальный подход: Пер. с англ. М.: Наука, 1976.
3. Вдовенко З.В., Шабашев В.А. Управление конкурентоспособностью химико-фармацевтических предприятий / Кемерово: Кемеровский госуниверситет, 2001. 172 с.
4. Лазерная модель социокультурной динамики, или от персонального к социальному. <http://rusnauka.narod.ru>.
5. Математическая энциклопедия. Гл. ред. И.М. Виноградов, М.: Советская энциклопедия, 1982. Т.1. С. 495; Т. 2. С. 143; Т. 3. С. 944–945, 1104; Т. 4. С. 603, 1214; Т. 5. С. 594.
6. Вайнберг М.М., Треногин В.А. Теория ветвления решений нелинейных уравнений.
7. Хатман Г. Современный факторный анализ. М., 1972.

Статья представлена кафедрой теории вероятностей и математической статистики факультета прикладной математики и кибернетики Томского государственного университета, поступила в научную редакцию «Кибернетика» 15 мая 2004 г.