

ФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ИЗВИЛИСТОСТИ РЕК (НА ПРИМЕРЕ ТОМСКОЙ ОБЛАСТИ)

Освещаются основные методологические подходы фрактальной теории к изучению морфологии речного русла. Предложены результаты фрактального анализа извилистости морфологически однородных участков рек Томской области. Установлено, что фрактальная размерность является мерой сложности морфологии русла и позволяет сохранить информацию о пространственной структуре его компонент.

Ключевые слова: фрактальный анализ геоморфосистем; самоподобие; морфология русла; синергетика.

Проблема расхождения в значениях длин береговых линий и многих других природных объектов, существенная зависимость точности показателей их протяженности от способа измерения обуславливают постановку концептуальной задачи поиска других параметров, характеризующих морфометрические свойства природных кривых.

При измерении береговой линии в постоянно укрупняющемся масштабе в рассмотрение попадают все более мелкие изгибы, и каждая новая деталь увеличивает общую длину берега, реки, любой другой природной границы или различного ранга государственных границ, если они проведены по естественным природным рубежам. В типичном случае наблюдаемая длина склонна возрастать неограниченно. Такое поведение природных границ наводит на мысль о некотором закономерном соответствии длины и масштаба.

Впервые в 1961 г. Л. Ричардсон установил, что длина произвольной географической кривой (которая может быть изломана в любой точке) степенным образом зависит от масштаба измерения. Позже, в 1967 г., Б. Мандельброт связал такое свойство природных объектов с фракталами и предложил новую характеристику их протяженности – фрактальную (дробную) размерность.

Фрактал (от лат. *fractus* – фрагментированный, неправильный по форме) – это бесконечно самоподобная геометрическая фигура, каждый инвариант которой подобен целому при произвольном изменении масштаба. Фракталы являются сугубо математическим понятием и как математические объекты обладают массой чрезвычайно интересных свойств, в то же время применение фрактального аппарата в исследовании объектов различной природы позволяет выявить совершенно новые характеристики и определить их глубокую физическую сущность. Использование фрактальной теории, основанной на целостном представлении объекта как совокупности элементов, взаимосвязь которых порождает свойство самоподобия, весьма эффективно как для описания морфологии рельефа, так и для выявления закономерностей динамики геоморфосистем [1].

Фрактальными свойствами обладают и отдельные водотоки русла, и разветвленные речные структуры, в связи с этим различные методы фрактального анализа применяются для исследования самоподобия как в целостной структуре речного бассейна, так и на отдельных морфологически однородных участках русла. Общие закономерности, лежащие в основе меандрирования и бифуркации русла, действуют на всех уровнях речной системы, тем самым порождая ее самоподобную морфометрию. Такая фрактальность сохраняет некое качество природных структур при изменении

пространственных масштабов, это свойство автомодельности является существенным фактором в исследовании формы и, как следствие, динамики процессов их образования, поскольку упрощает математическое моделирование задачи.

Количественной характеристикой фрактальных математических объектов является размерность Хаусдорфа–Безиковича, выражающаяся, как правило, дробным числом. Для оценивания природных фракталов – естественных структур, которые с той или иной целью могут быть представлены фрактальными множествами, – также может быть использовано понятие дробной размерности. Величина фрактальной размерности определяет сложность структуры, это удобная количественная мера неидеальности объектов: извилистости контура, морщинистости поверхности, трещиноватости и пористости объема. Например, размерность однорукавного русла указывает на степень извилистости, а многорукавного – на густоту и степень его разветвленности.

Методологические подходы к фрактальному анализу речных русел. Для фрактальных кривых справедлива формула, связывающая длину этой кривой с масштабом измерения [2]:

$$L = \lambda m^{1-D_H}, \quad (1)$$

где L – длина кривой; m – масштаб измерения (цена деления измерителя); λ – масштабный множитель, определенный для каждой конкретной фрактальной линии; D_H – фрактальная размерность данной кривой.

Еще одно основное свойство фрактальных кривых – это самоподобие, т.е. любой участок кривой имеет ту же величину фрактальной размерности, что и вся кривая. С математической точки зрения свойство самоподобия можно записать следующим образом [2]:

$$kL = \lambda (km)^{1-D_H}, \quad (2)$$

где k – коэффициент, количественно характеризующий цену деления измерителя (раствор циркуля).

Следовательно, для измерения длины кривой, в k раз длиннее изначального участка, достаточно раствора циркуля, в k раз больше предыдущего.

Прологарифмировав (1), получим

$$\text{Lg}(L) = \text{Lg}(\lambda) + (1-D_H)\text{Lg}(m). \quad (3)$$

Примененная нами методика фрактального описания формы речных систем впервые была предложена Л. Ричардсоном [2]. Он определил, что логарифмический график зависимости длины береговых линий и других природных границ, характеризующихся извилистостью, от выбранной единицы длины аппроксимируется прямой линией с ограниченным уклоном. В дальнейшем, изучая и обобщая результаты исследований Л. Ричардсона, Б. Мандельброт [2] связал их с понятием фракталов. Он указал, что этот результат выражает статистическое самоподобие, являющееся характеристикой фрактальной кривой. Тан-

генс угла наклона логарифмического графика этой кривой, равный $1-D_H$, определяет фрактальную размерность данной изогнутой линии – D_H . Именно Мандельброт предложил использовать новые фрактальные характеристики для количественного описания речных систем и других изломанных естественных кривых, таких как береговые линии и границы между государствами. Вид уравнения (3), которое выражает

зависимость длины кривой от масштаба измерения, объясняет описанную методику. График этой зависимости в двойном логарифмическом масштабе представляет собой линейную функцию, тангенс угла наклона которой и будет соответствовать значению $1-D_H$. С помощью данной методики были получены фрактальные показатели некоторых однорукавных речных систем [3–5].

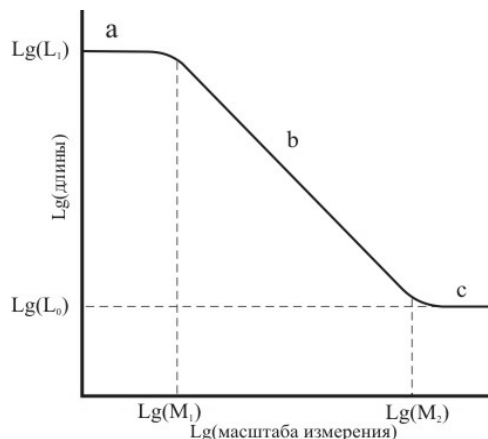


Рис. 1. Схематичное изображение графика фрактального анализа речного русла

Фрактальный анализ однорукавного русла. Изогнутая линия, характеризующая очертания планового рисунка русла, обладает свойством фрактальности – ее длина определенным образом зависит от масштаба измерения. Длина срединной линии русла измеряется циркулем с различной ценой деления (длиной раствора). Измерения повторяются столько раз, сколько меняется цена деления измерителя. Естественно, что длина измеренной линии становится тем больше, чем меньше цена деления раствора циркуля. По результатам повторных измерений исследуемого участка реки циркулем с возрастающей ценой деления строится логарифмический график зависимости (график в двойном логарифмическом масштабе) полученных значений длины от длины раствора циркуля. Каждой выбранной цене деления измерителя (размеру раствора циркуля) соответствует определенная длина речного русла; логарифмируя значение раствора циркуля и соответствующую ему длину кривой, получаем на графике точку. Изменяя цену деления измерителя и вычисляя каждый раз длину кривой, на графике определяем множество точек. В первом приближении данный график может быть схематизирован в виде, представленном на рис. 1. Для морфологически однородных участков рек с однорукавным руслом такие логарифмические графики приобретают одну и ту же закономерную изогнутую (*S*-образную) форму, состоящую из трех частей: *a*, *b* и *c* (рис. 1).

1. Часть графика «*a*», характеризующаяся практически нулевым наклоном, соответствует измерениям длины кривой с малой ценой деления измерителя (раствора циркуля). Эта часть графика указывает, что при увеличении цены деления измерителя длина кривой почти не уменьшается, т.е. вся информация о длине

сохраняется. В масштабах, соответствующих значениям раствора циркуля на этом участке графика, кривая является наиболее извилистой, т.к. цена деления настолько мала, что охватывает все, даже самые мелкие изгибы русла.

2. Часть графика «*b*» аппроксимирована прямой с отрицательным углом наклона. В данном случае увеличение цены деления измерителя приводит к уменьшению длины кривой, и информация о длине теряется. Тот факт, что все точки в этой части графика ложатся на прямую, свидетельствует о строгой закономерности уменьшения длины кривой с увеличением цены деления измерителя. Уравнение, описывающее прямую «*b*» на графике, позволит сохранить теряющуюся информацию о длине. Общий вид этого уравнения следующий:

$$Lg(L) = kLg(m) + d, \quad (4)$$

где L – длина кривой, измеренная циркулем с раствором m ; k и d – коэффициенты, определенные для каждой конкретной кривой. Уравнение (4) имеет тот же вид, что и уравнение (3), т.е. $k = (1-D_H)$ и $d = Lg(\lambda)$. Таким образом, часть графика «*b*» определяет диапазон масштабов (цен деления измерителя), в которых кривую, характеризующую однорукавное русло, можно считать фрактальной, т.е. в этом диапазоне масштабов кривой присуще свойство самоподобия в среднем. Вычисление фрактальной размерности D_H кривой позволит сохранить неизменной информацию о длине и получить новую характеристику извилистости данной кривой.

3. Часть графика «*c*», как и часть «*a*», характеризуется прямой с малым, практически нулевым углом наклона. Но она соответствует результатам измерения длины извилистой линии с существенно большей ценой деления измерителя. Здесь последовательное увеличение цены деления измерителя не приводит к суще-

ственному уменьшению длины кривой, поскольку измерения проводятся по слабоизогнутой ломаной или вообще по прямой. Данная часть графика указывает на то, что основная информация о длине потеряна.

По предложенной методике был обработан 21 морфологически однородный участок рек Томской области, для них построены логарифмические графики зависимости $L_r = f(r)$ для однорукавных русел и $N = f(r)$ – для многорукавных. Среди отобранных 6 участков имеют многорукавное русло, а 15 участков – однорукавное. Множество исследованных русловых форм представлено в основном руслами рек, разветвленными на рукава, прямолинейными участками русла и свободными меандрами на широких поймах, поскольку для рек Томской области свободное меандрирование является наиболее характерным и распространенным видом русловых процессов. Таким образом, анализируемые материалы охватывают основные морфологические виды однородных участков, типичных для рек Томской области.

Фактические измерения проводились вручную. Исследованные русловые формы были рассмотрены на лоцманских картах; несмотря на то что лоцманские карты не имеют координатной сетки, почти не отображают топографическую ситуацию на берегах и в ряде случаев весьма схематичны, их использование для вычисления фрактальных характеристик вполне удовлетворительно. Мы использовали карты 1:50 тыс., 1:25 тыс., 1:10 тыс. и 1:5 тыс. масштабов; для каждого из них была выбрана своя сетка значений длин шагов измерения таким образом, чтобы минимальная длина одного шага измерения составляла не более 100 м истинного масштаба. Затем каждой выбранной единице измерения (размеру раствора циркуля) ставилась в соответствие длина речного русла. Полученные точки откладывались на графике в двойном логарифмическом масштабе. В дальнейшем та часть графиков, которая определялась средними масштабами и имела ненулевой наклон, была аппроксимирована линейной функцией, что позволило найти показатели фрактальной размерности.

Абсциссы точек перегиба полученных графиков указывают на значения масштабов фрактальности планового рисунка речного русла, по ним можно найти значения M_1 и M_2 . В этом диапазоне масштабов график Ричардсона имеет ненулевой наклон, и именно в этом диапазоне сохраняются свойства самоподобия исследованных форм русла, т.е. сохраняется определенная зависимость морфометрических свойств от масштаба. Определение значений внешнего и внутреннего масштабов фрактальности необходимо не только для отражения фрактальных свойств русла, но и для выявления иерархической структуры речной системы.

Перед обсуждением полученных нами результатов необходимо отметить, что, по данным различных авторов [2, 4–6], значения фрактальной размерности однорукавных русел лежат в интервале от 1,03 до 1,38; первое значение получено при исследовании практически прямолинейного участка, второе, наоборот, соответствует значительной извилистости русла.

На р. Чулым было выбрано 4 участка в верхнем, среднем и нижнем течениях. Один из участков (№ 1) является относительно прямолинейным, а для трех

других характерна высокая степень извилистости. Показатели фрактальной размерности, полученные в результате анализа, вполне отражают степень извилистости данных участков и имеют значения: 1,12; 1,24; 1,31; 1,28 соответственно (табл. 1). Внутренние масштабы фрактальности участков русла на порядок превосходят среднюю ширину русла. Внешние масштабы фрактальности в основном соответствуют масштабу 1:1 млн, т.е. при рассмотрении плановых рисунков речных участков в масштабах, больших указанного, свойство самоподобия исчезает.

Для р. Кеть проанализированы 4 модельных участка. Значения фрактальных размерностей колеблются в пределах от 1,23 до 1,33 и характеризуют высокую степень извилистости анализируемых участков. Нижний предел масштабов фрактальности также на порядок выше средней ширины русла, а верхний предел существенно зависит от длины участка (табл. 1).

Из четырех исследуемых морфологически однородных участков р. Кеть для двух был проведен расчет фрактальных показателей по картам за 1971 и 1913 гг. В связи с тем что изменение фрактальности свидетельствует как о смене генетических факторов образования системы, так и об изменении собственных параметров объекта, исследование динамики фрактальных характеристик за различные годы весьма перспективно. Анализ желательно проводить по сериям одномасштабных карт за разные годы с интервалом 20–30 лет; считается, что за такой период времени существенно меняется морфология русла. При подобном изучении фрактальных показателей необходимо наложение данных о динамике русловых деформаций, погодных и климатических изменениях, а также о техногенной и антропогенной нагрузке на данную территорию за исследуемый период времени. Нами был проведен фрактальный анализ р. Кеть по сериям карт только за 1913 и 1971 гг. На одном из модельных участков (№ 2) показатель фрактальной размерности незначительно уменьшился: в 1913 г. $D_H = 1,39$, а в 1971 г. – 1,33. Однако на другом участке (№ 4) данный показатель изменился в обратную сторону, и притом существенно: в 1913 г. $D_H = 1,19$, в 1971 – 1,3. К сожалению, по этим данным корректных выводов об изменении морфометрии модельных участков сделать нельзя, можно только принять во внимание полученные показатели. Методика фрактального анализа, которая позволила бы проследить динамику и судить о степени изменения структуры русла, о росте извилистости, длины или, наоборот, о выравнивании и выпрямлении русла, в настоящее время находится еще в разработке.

Из четырех анализируемых морфологически однородных участков р. Васюган два участка (№ 2 и 3) показали высокие значения фрактальной извилистости ($D_H = 1,38$ и $D_H = 1,46$ соответственно), а два других (№ 1 и 4) – одинаковые, средние значения ($D_H = 1,19$). Внутренние масштабы фрактальности в среднем имеют значение 1:40 тыс., что на порядок выше ширины русла р. Васюган. Внешние масштабы фрактальности колеблются от 1:500 до 1:800 тыс. в зависимости от длины исследуемого участка (табл. 1). Естественно, что участок длиной 20 км, при его рассмотрении в масштабе 1:800 тыс., не может сохранять фрактальные свойства,

поскольку в таком масштабе он будет представлен гладкой кривой.

Для р. Тым нами были проведены исследования на трех участках: в верхнем, нижнем и среднем течении. В результате анализа выявлено, что показатели фрактальной размерности участков № 2 и 3 ($D_H = 1,51$ и $D_H = 1,42$ соответственно) имеют рекордно высокие значения, что говорит не только о высокой степени извилистости, но и о значительной скорости увеличения длины русла с изменением масштаба. Диапазон фрактальных масштабов довольно мал, для всех участков р. Тым он составляет от 1:45 тыс. до 1:600 тыс. ($M_1 \approx 0,45$ и $M_2 \approx 6$).

Следует особо отметить, что по результатам наших исследований [3] и по опубликованным данным [2, 4–6], показатели фрактальной размерности зависят толь-

ко от степени извилистости исследуемого участка, тогда как на диапазон фрактальных масштабов влияет еще и крупность реки. Чем шире русло реки, тем выше показатель M_1 внутреннего масштаба фрактальности, он приблизительно на порядок выше средней ширины русла. К такому же выводу пришел и R. Scott Snow [4], однако по данным В.И. Никоры [5] внутренний масштаб фрактальности имеет значение, близкое к значению средней ширины русла исследуемого участка. Несмотря на такие расхождения, несомненно, проследится зависимость внутреннего масштаба фрактальности от ширины русла. Значение внешнего масштаба фрактальности M_2 существенно зависит от длины участка речного русла. Значение длины участка выступает ограничивающим фактором для верхнего предела фрактальности объекта.

Т а б л и ц а 1

Фрактальные характеристики морфологически однородных однорукавных участков рек Томской области

	№ участка	L	D	M_1	M_2	P	k	Характеристика участка
Чулым	1	31	1,1257	0,5	10	1,31	1,4	от 316 до 347 км
	2	42	1,2395	1,0	8,5	1,6	1,6	от 147 до 216 км
	3	42	1,3141	0,65	8,5	1,948	2,3	от 720 до 762 км
	4	55	1,2853	0,65	12	2,039	2,3	от 392 до 447 км
Тым	1	40	1,2532	0,45	6,0	1,896	1,9	от 455 до 495 км
	2	40	1,5097	0,5	5,0	2,77	3,2	от 225 до 265 км
	3	40	1,4187	0,4	5,0	2,42	2,6	от 100 до 140 км
Васюган	1	30	1,1969	0,5	9,5	1,621	1,7	от 40 до 70 км
	2	20	1,3815	0,35	5,0	2,7	3,1	от 400 до 420 км
	3	30	1,4363	0,4	6,0	2,67	2,9	от 545 до 575 км
	4	30	1,1961	0,4	5,0	1,796	1,7	от 500 до 530 км
Кеть	1	73	1,2396	0,25	4,5	1,856	1,9	от 663 до 736 км
	2	89	1,3323	0,45	8,5	2,31	2,3	от 272 до 361 км
	3	152	1,2294	0,8	10	1,654	1,6	от устья до 152 км
	4	76,5	1,3002	0,35	4,5	1,961	2,1	от устья р. Лайги до устья р. Озерной
Кеть, 1913 г.	1	74	1,357	0,5	7,0	2,12	2,2	от 272 до 361 км
	2	69	1,1935	0,4	8,0	1,851	1,8	от устья р. Лайги до устья р. Озерной

Примечание. L – длина русла, D – фрактальная размерность, M_1 – внутренний масштаб фрактальности, M_2 – внешний масштаб фрактальности, P – коэффициент фрактальной извилистости, k – коэффициент извилистости.

Выявление регулярных компонент меандрирующих русел. Для лучшей интерпретации полученных логарифмических графиков естественных водотоков нами предлагается сначала провести подробный анализ идеализированных очертаний меандр. У графиков, построенных по методу Л. Ричардсона, для искусственно созданных русловых очертаний, представленных регулярными кривыми, выявляются некоторые закономерные характеристики. Это можно показать на примерах фрактального анализа различных форм излучин: омеговидных, ассиметричных, синусоидальных, заваленных и сложных. Всем логарифмическим графикам, полученным в процессе анализа различных форм излучин, присущи некоторые общие характеристики. Части «а» и «с» этих графиков имеют ту же форму, что и на рис. 1; они характеризуются как очень малыми, так и существенно большими ценами деления измерителя. В этих диапазонах кривые, представленные сериями одинаковых излучин, ведут себя аналогично произвольной извилистой кривой. Часть графика «b» для кривых, состоящих из одинаковых излучин, имеет некоторые особенности: существенные разрывы во множестве точек и положительный наклон аппроксимирующей прямой части графика. Сначала увеличение

цены деления измерителя приводит к уменьшению длины анализируемой кривой, как и в случае произвольной кривой. Но с определенного момента на графике наблюдается разрыв (скачок), и точки графика ложатся вдоль прямой с положительным углом наклона, т.е. увеличение цены деления измерителя сопровождается увеличением длины измеряемой кривой (поведение, противоположное рассмотренному ранее для произвольной извилистой кривой). Такая ситуация возникает, когда цена деления измерителя (длина раствора циркуля) попадает в интервал $L < m < B$, где L – длина шага излучины, а B – амплитуда (ширина пояса меандрирования). В этом случае измерения длины кривой, отображающей русло, будут проводиться по ломаным и суммарная длина будет иметь низкое значение. Если цена деления измерителя превысит значение B, то на графике произойдет второй скачок и опять будет верно правило: при увеличении масштаба измерения длина кривой уменьшается.

Регулярность, периодичность формы речных очертаний, наличие у них регулярных компонент могут быть обнаружены посредством существенных разрывов на графике фрактального анализа извилистости русла. Гладкость и непрерывность участка «b» графика указывает на

то, что очертания речных форм имеют подобную степень иррегулярности в соответствующих этим участкам масштабах (цен деления измерителя), т.е. форму русла можно считать самоподобной. Разрывы и раздробленность графика характеризуют нарушение фрактальности речной формы. Интервал цен деления измерителя, которому соответствует положительный наклон тренда графика, говорит о величине шага излучины и ширине пояса меандрирования одинаковых компонент формы речных очертаний. По графику мы можем определить интервал $Lg(M_1) < Lg(m) < Lg(M_2)$, которому соответствует положительный наклон тренда,

вычислить значения M_1 и M_2 , а следовательно, и определить шаг излучины и ширину пояса меандрирования, т.е. $L = M_1$ и $B = M_2$. Однако если шаг излучины больше ширины пояса меандрирования, то, естественно, график Ричардсона будет иметь другой вид, по которому уже невозможно определить значения шага излучины и ширины пояса меандрирования.

Для демонстрации методики выявления регулярных излучин и определения их морфометрических показателей рассмотрим график на рис. 2, полученный в результате фрактального анализа одного из морфологически однородных участков р. Чулым.

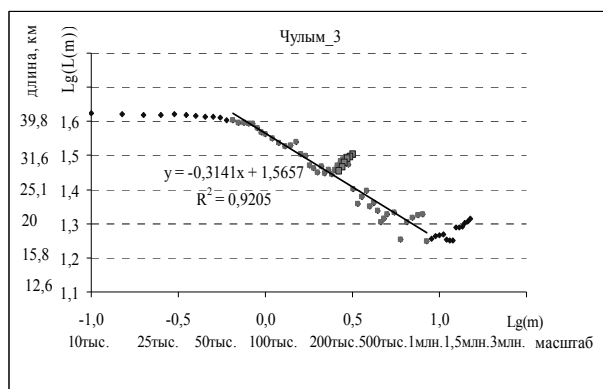


Рис. 2. График фрактального анализа участка русла, содержащего регулярные компоненты

Разрывы на графиках говорят о наличии регулярных компонент в исследуемых формах русла и являются показателем периодичности анализируемых данных. Это указывает на возрастающую изрезанность речных форм по мере увеличения единицы длины. Так, по данным графика участка № 3 можно получить характеристики регулярных компонент исследуемого русла. Поскольку положительный наклон имеет совокупность точек в диапазоне масштабов от $0,38 = Lg(2,4)$ до $0,477 = Lg(3)$, то, соответственно, длина шага излучины $L = 2,4$ км и ширина пояса меандрирования $B = 3$ км.

Показатель фрактальной извилистости русла. Анализ самоподобия речной системы позволяет, помимо показателей размерности Хаусдорфа-Безиковича и значений внутреннего и внешнего масштабов фрактальности, получить еще одну характеристику – степень блуждания речного русла. Обычно используемой мерой блуждания русла является извилистость P , которая определяется отношением действительной длины русла к длине некоторого основного направления реки. Однако в данном определении длина основного направления реки используется не совсем корректно. Обычно в исследованиях в качестве этого направления рассматривают длину прямолинейного отрезка между конечными точками русла. При этом коэффициент P считают показателем извилистости русла, которая является результатом действия потока (результатом степеней свободы речной системы). Но в этом случае учитывается также и результат основных изменений в направлении русла, обусловленных таким фактором, как внешнее ограничение в речной системе. Трудность использования и определения P заключается также и в том, что универсально применяется метод, не объективно определяющий длину речного русла.

Считается, что извилистость русла в масштабах, на один или два порядка превосходящих ширину русла, качественно отличается от извилистости, наблюдаемой в больших масштабах. Поскольку в крупномасштабных картах извилистость очертаний речных форм гораздо выше, чем извилистость этого же участка на мелко-масштабной карте, то мы предлагаем считать русловые формы фрактальными кривыми с соответствующей размерностью, характерной для определенного диапазона масштабов.

По графику фрактального анализа (рис. 1) можно определить длину русла L_0 , это значение учитывает излучины больших масштабов, но не учитывает возрастание блуждания, обусловленного внешним ограничением речной системы. Действительная длина русла реки L , взятая как мелкомасштабная асимптота графика Ричардсона L_1 , делится на L_0 для получения величины *фрактальной извилистости* P_f : $P_f = L_1 / L_0$ [4]. Этот метод универсально применим для однорукавных русел, он довольно объективен, но очень трудоемок. Например, трудно точно определить местонахождение точки на графике, в которой нижняя область сильно отклоняется от среднемасштабного (фрактального) тренда, т.е. ту точку, в которой часть графика «b» переходит в часть «с», тем не менее выбранные величины L_0 будут в незначительной степени влиять на показатель фрактальной извилистости.

Для каждого морфологически однородного участка однорукавного русла были вычислены показатели фрактальной извилистости P . Естественно, что их значения меньше, чем коэффициенты извилистости тех же участков по указанной выше причине. Полученные значения приведены в табл. 1, там же, для сравнения,

представлены показатели коэффициентов извилистости исследуемых участков.

Фрактальное масштабирование. Величина фрактальной размерности русла не только определяет степень его извилистости, но и показывает, насколько сильно увеличивается длина речного участка с увеличением масштаба рассмотрения этого участка. Главная особенность сложных геометрических объектов, обладающих фрактальными свойствами, в том числе и геоморфологических структур, заключается в невозможности произвольного изменения масштаба их рассмотрения. Прямое и обратное изменение масштаба какой-либо сложной поверхности рельефа или кривой, например характеризующей тектонические трещины, трещины в горных породах или границы побережья, линии водоразделов и государственных границ, ведет к безвозвратной потере информации о ее истинной форме и длине: длина будет уменьшаться с превращением формы в плавно изгибающуюся линию. Величина фрактальной размерности геоморфологических объек-

тов (в частности, размерности однорукавных русел) прямо пропорционально указывает, на сколько теряется информация об их размере (длине русла) при прямом и обратном изменении масштаба. Вычисление фрактальной размерности геоморфологических объектов позволяет сохранить неизменной информацию об их морфометрии и морфологии при сколь угодно изменении масштаба рассмотрения. Собственно, в этом состоят преимущества фрактального масштабирования. В самом деле, если удастся создавать карты на основе требований фрактального анализа, то их можно будет издавать в любых масштабах без потери информации.

Продемонстрируем преимущества фрактального масштабирования на конкретном примере. Рассмотрим один и тот же участок р. Чуя на двух картах различных масштабов: 1:50 000 и 1:200 000. Как видно на рис. 3, форма русла на карте масштаба 1:50 000 представлена подробнее, а на карте масштаба 1:200 000 некоторые излучины выглядят более сглаженными, некоторые (мелкие) отсутствуют вовсе.

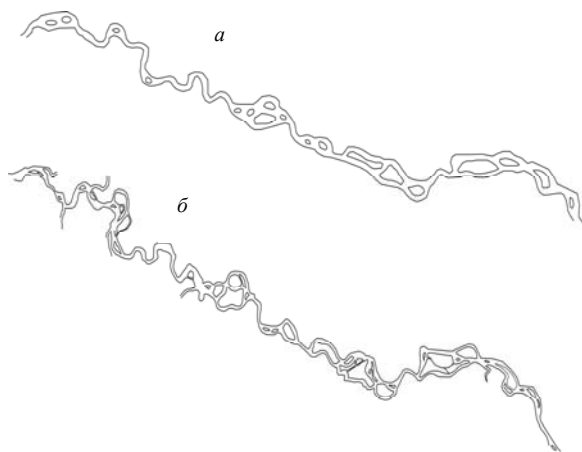


Рис. 3. Плановый рисунок одного участка русла р. Чуя (Горный Алтай): на карте масштаба 1:200 000 (а); на карте масштаба 1:50 000 (б)

Проанализируем степень потери информации о длине русла в случае обычного сопоставления масштабов и при использовании фрактальной методики. В первом случае длина кривой, отображающей русло на карте масштаба 1:50 000, будет иметь значение 94 см, а на карте масштаба 1:200 000 – 20 см. Соответственно, для 1:50 000 масштаба истинная длина реки будет составлять 47 км, а для масштаба 1:200 000 – 40 км. Следовательно, при переходе от одного масштаба к другому произойдет потеря информации о длине в 15%. Такую величину погрешности мы получили при увеличении масштаба всего в 4 раза, если же рассматривать карты в большем диапазоне масштабов, то потери информации о длине будут значительно выше.

Применим к данному участку фрактальный анализ. Получим показатель фрактальной размерности исследуемого участка русла на основе карты масштаба 1:50 000, равный $D_H = 1,22$. Подставляя в (3) это значение и любую величину масштаба, найдем соответствующую этому масштабу длину.

Таким образом, используя фрактальный анализ, можно получить не только длину кривой, отображающей русло реки на карте произвольного масштаба, но и решить обратную задачу. Зная длину реки на карте произвольного масштаба и значение фрактальной размерности этой кривой, можно вычислить истинную длину реки. В этом случае погрешность метода измерения и вычислений будет составлять 3%. При этом величину данной погрешности можно значительно уменьшить, если: 1) использовать электронные карты; 2) проводить измерения с использованием специально написанных программ; 3) применять усовершенствованные численные методы вычисления фрактальных показателей. Таким образом, налицо преимущество фрактального масштабирования.

Возможности фрактального подхода при анализе иерархии системы. Исследования естественных фракталов различного генезиса дают основания считать, что свойство самоподобия может проявляться не во всей области масштабов, характерных для рассматриваемых

объектов, а лишь в некотором их диапазоне. Следовательно, помимо дробной размерности также не менее важно определить и диапазон масштабов, в которых объект остается фрактальным и сохраняет свойство самоподобия. Значение внутреннего масштаба фрактальности M_1 обеспечивает возможность определить тот размер шага измерения, при котором начинается закономерное сглаживание формы русла, что в свою очередь приводит к первым незначительным потерям информации о его длине. Величина M_2 указывает на значение шага измерения, при котором фрактальные свойства кривой, изображающей русло, исчезают, т.е. нарушается прежняя зависимость длины от масштаба. Однако в этом случае теряется свойство самоподобия лишь для морфологически однородных участков. Если анализировать извилистость всего русла в мелкомасштабном диапазоне, то будет наблюдаться новая фрактальная зависимость с другим значением дробной размерности.

Таким образом, при переходе от одного генетически независимого уровня геоморфосистемы к другому меняются и их фрактальные характеристики; следовательно, анализ самоподобия позволяет проследивать и определять иерархическую структуру исследуемого объекта. Ю.Г. Пузаченко по результатам своих исследований [7] отмечает наличие, по крайней мере, двух генетически независимых иерархических уровней рельефа, на которых прослеживается фрактальность, определяемая различными значениями дробной размерности и соответствующими диапазонами масштабов. Он связывает это с действием независимых разномасштабных факторов: тектоническим (мезомасштаб) и флювиогляциальным (микромасштаб).

Возвращаясь к анализу планового рисунка однорукавного морфологически однородного участка русла, значения внутреннего масштаба фрактальности можно связать с шириной русла B_r , а значение внешнего масштаба – с шириной днища долины реки B [5]. Для морфологически однородных участков рек с узкой извилистой долиной, однорукавным руслом, слабо выраженной и не имеющей террас поймой, ширина дна долины реки может рассматриваться как внутренний фрактальный масштаб руслового рисунка. В качестве внешнего фрактального масштаба служит ширина полосы, покрывающей извилины долины B_d . Заметим, что в такой ситуации, с одной стороны, величина B в первом приближении может рассматриваться как внешний фрактальный масштаб русла, а с другой – как внутренний фрактальный масштаб долины.

Комплексный фрактальный анализ русла и долины реки дает два разных значения фрактальных размерностей: фрактальную размерность собственно русла и фрактальную размерность долины. Оба этих показателя используются для характеристики руслового рисунка. В общем случае фрактальное поведение руслового рисунка может быть обусловлено как фрактальностью собственно русла, так и фрактальностью его долины. Следовательно, к уже введенным двум масштабам русла добавляется еще один – внешний фрактальный масштаб долины.

Очевидно, что фрактальная размерность может рассматриваться как хороший показатель сложности объ-

екта. Но более важно, что для системы, сохраняющей на некотором интервале масштабов одну фрактальную размерность, естественна простая связь параметров всех процессов: расходов, количества влекомых наносов, химической денудации, ширины, глубины, угла наклона, крутизны склонов и т.п.

Фрактальный анализ многорукавного русла.

При рассмотрении многорукавных русел в основу выявления их фрактальных закономерностей может быть положен метод квадратов [2]. Для реализации данной методики необходимо изображение руслового рисунка с достаточно детальным разрешением особенностей его структуры на уровне внутреннего масштаба фрактальности. На это изображение накладываются квадратные сетки с различными размерами ячеек r и подсчитывается количество ячеек N , содержащих линию русла. Для разветвленных структур принято находить фрактальную размерность посредством построения графика в двойном логарифмическом масштабе зависимости $N(r)$.

Дадим краткое пояснение, почему именно таким образом находится фрактальная размерность. Во фрактальной геометрии известна формула Мандельброта, связывающая размер R произвольного фрактального объекта с масштабом измерения m :

$$R = Cm^{1-D_H}, \quad (4)$$

где C – масштабный множитель, свой для каждого конкретного фрактала. Кроме того, размер определяют, подсчитывая число шагов, необходимое для покрытия всего объекта, т.е. $L = N(m)m$. Подставляя это выражение в (4), получаем

$$N(m) = Cm^{-D_H}. \quad (5)$$

Логарифмируя (5), будем иметь $Lg(N(m)) = -D_H Lg(m) + Lg(C)$. Это выражение является линейной функцией в двойном логарифмическом масштабе. Тангенс угла наклона данной прямой, взятый с обратным знаком, соответствует значению фрактальной размерности исследуемого объекта.

Построенный график имеет приблизительно ту же форму, что и аналогичные графики для однорукавных русел. По этим графикам определяется тангенс угла наклона центрального тренда и вычисляется фрактальная размерность данного многорукавного русла.

Методы вычисления фрактальных показателей как для однорукавных, так и для многорукавных русел находятся в стадии доработки. Использование описанных методов часто приводит к неоднозначным значениям количественных фрактальных характеристик.

Как отмечает А.И. Иванов [8], строгое определение фрактальной размерности применимо лишь для абстрактных математических множеств, демонстрирующих фрактальные свойства на бесконечном интервале характерных масштабов, в то время как природные объекты, являясь естественными фракталами, демонстрируют свойство самоподобия на ограниченном интервале пространственных масштабов. Соответственно, методы расчета фрактальной размерности, которые дают корректные результаты для абстрактных математических фракталов, могут приводить к неточным (а порой и ошибочным) результатам для фрактальных объектов, встречающихся в природе.

В настоящее время многие вычислители занимаются усовершенствованием методов фрактального анализа посредством применения различных численных алгоритмов, нахождением и разработкой новых методик получения фрактальных показателей для естественных фрактальных объектов.

За основу анализа многорукавных русел нами были взяты лоцманские карты 1:25 тыс. и 1:50 тыс. масштаба, на них представлено изображение руслового рисунка с достаточно детальным разрешением особенностей его структуры. В результате исследований построены графики в двойном логарифмическом масштабе зависимости числа ячеек N , содержащих линию русла, от размера ячеек. По графикам были найдены значения фрактальной размерности разветвленной структуры исследуемых участков и значения внутренних и внешних масштабов фрактальности.

Для р. Оби были выбраны два участка выше устья Томи и два – ниже. Фрактальный анализ первого участка дал невысокий показатель размерности, равный 1,207 (табл. 2).

Разветвленная структура участка от мыса Скала до села Батурино развита слабо, она охватывает сопряженные, одиночные разветвления, прямолинейное неразветвленное русло с разветвлениями второго порядка и одиночные разветвления веерного типа [9].

Участок № 2, от устья р. Таган до устья р. Томи, представлен сопряженными и односторонними разветвлениями, свободными и вынужденными излучинами. Здесь также встречаются участки с прямолинейным неразветвленным руслом. А при слиянии с Томью русло имеет дельтовые разветвления [9]. Показатель фрактальной размерности данного участка равен 1,303.

Анализируемые участки русла ниже слияния Оби и Томи также имеют невысокие значения фрактальной размерности: для участка № 3 $D_H = 1,29$, а для четвертого участка $D_H = 1,301$. Обь ниже устья Томи характеризуется преимущественно меандрирующим руслом с широким распространением прорванных излучин и развитой пойменной многорукавностью.

Для Томи фрактальный анализ был проведен по двум модельным участкам. На участке № 1, от 108-го километра до города Томска, значение фрактальной размерности довольно высокое, $D_H = 1,38$. Это объясняется тем, что сначала (104–82 км) русло представлено двумя пойменно-русовыми разветвлениями, между которыми оно образует крупную излучину у Синего Утеса, а на участке от 82 до 74 км русло образует два одиночных разветвления – островами Басандайским и Безымянным перед п. Гидрораствор.

Таблица 2

Фрактальные характеристики морфологически однородных многорукавных участков рек Томской области

	№ участка	D	M_1	M_2	Характеристика участка
Обь	1	1,207	0,45	15,0	От п. Скала (754 км) до Батурино (828 км), участок длиной 74 км
	2	1,303	0,45	10,0	От устья р. Таган (919 км) до устья р. Томи (986), участок длиной 67 км
	3	1,287	0,5	15,0	От устья р. Чулым (1125 км) до устья р. Чая (1229 км), участок длиной 104 км
	4	1,301	0,5	10,0	От протока Осмега (1767 км) до г. Стрежевого (1882 км), участок длиной 115 км
Томь	1	1,382	0,35	10,0	От 108 км до г. Томска, участок длиной пр. 38 км
	2	1,301	0,35	10,0	От 46 км до устья, участок длиной 46 км

Примечание. D – фрактальная размерность, M_1 – внутренний масштаб фрактальности, M_2 – внешний масштаб фрактальности.

Участок № 2, в 46 км до устья, имеет также разветвленное русло и охватывает систему простых сопряженных разветвлений (45–30 км), крупное пойменно-русовое разветвление (30–16 км) и дельтовое разветвление в узле слияния Томи и Оби [9]. Показатель фрактальной размерности данного участка равен 1,3.

По результатам анализа участков рек с многорукавным руслом значения показателей фрактальной размерности лежат в интервале от 1,2 до 1,38; диапазон фрактальных масштабов составляет от 1:35 тыс. до 1:1 млн. Это свидетельствует о невысокой степени разветвленности и слабой иерархичности структуры исследуемых участков.

Исходя из вышеизложенного, можно сделать следующие выводы:

1. Фрактальность речной сети проявляется как у однорукавного русла при меандрировании, так и многорукавного – при бифуркации русла. Нами предполагается, что и в том и в другом случаях самоподобная структура является результатом направленного изменения морфологии русла и скоростного поля потока к динамически равновесному состоянию. Анализ фрактальной извилистости показывает очевидную связь образования самоподобных струк-

тур с гидрологией русловых процессов. Однако неочевидна суть этой взаимосвязи, не ясно, какие параметры определяют фрактальность речной сети. На наш взгляд, дальнейшие исследования фрактальности структуры речной системы, сопоставление и сравнительный анализ наших результатов и результатов, полученных классическими методами, по изменению основных гидрографических и гидрологических характеристик речной сети в зависимости от порядка потоков, могут быть достаточно интересными и многообещающими.

2. Фрактальный анализ речной сети позволяет простым изменением коэффициентов пропорциональности перенести результаты исследования процессов самоподобия и собственных параметров системы из одного масштаба на любой другой.

3. Исследование морфологии однорукавного речного русла, основанное на фрактальной геометрии, позволяет выделить и описать регулярные компоненты планового рисунка русла.

4. Извилистость и фрактальная размерность взаимосвязаны, но не являются прямо соизмеримыми мерами блуждания потока. Значение фрактальной размерности в большей мере свидетельствует о возрастании извили-

стости и степени увеличения длины русла с изменением масштаба.

5. Незначительный диапазон значений фрактальной размерности для морфологически однородных участков

рек Томской области указывает на действие единых физических механизмов на анализируемых пространственно-временных интервалах и на неизменность собственных параметров русла и однородность его структуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мельник М.А., Поздняков А.В. Автоколебания в эрозионном фрактальном расчленении рельефа // Геоморфология. 2008. № 3. С. 86–95.
2. Мандельброт Бенуа. Фрактальная геометрия природы. М.: Ин-т компьютер. исслед., 2002. 656 с.
3. Мельник М.А. Фрактальный анализ морфологически однородных участков рек (на примере Томской области) // Материалы XIII научного совещания географов Сибири и Дальнего Востока. Иркутск: Изд-во ИГ СО РАН, 2007. Т. 1. С. 165–167.
4. Snow, R. Scott. Fractal Sinuosity of Stream Channels // Rare and App. Geophys. 1989. Vol. 131, № 1–2. P. 99–109.
5. Никора В.И. Русловые процессы и гидравлика малых рек. Кишинев: Штиинца, 1992. С. 26–40.
6. Berquist T.S., Snow R.S. Fractal analysis of the planforms of rivers in Indiana and Kentucky // Geol. Soc. America Abstracts with Programs. 1985. Vol. 17. P. 280.
7. Пузаченко Ю.Г. Приложения теории фракталов к изучению структуры ландшафта // Изв. РАН. Сер. геогр. 1997. № 2. С. 24–40.
8. Иванов А.И., Короновский А.А., Минюхин И.А., Яшков И.А. Определение фрактальной размерности овражно-балочной сети города Саратова // Прикладная нелинейная динамика (Известия вузов). 2006. Т. 14, № 2. С. 64–74.
9. Русловые процессы и водные пути рек Обского бассейна / Под ред. Р.С. Чалова, Е.М. Плескевича, В.А. Баулы. Новосибирск: РИПЭЛ плюс, 2001. 300 с.

Статья представлена научной редакцией «Науки о Земле» 15 апреля 2009 г.