

УДК 623.465.32

Р.В. Федулов, А.С. Шишкин**НАВЕДЕНИЕ ОПТИЧЕСКОЙ АППАРАТУРЫ
МАЛОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА
ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ**

Представлено решение задачи наведения оптической аппаратуры малого космического аппарата дистанционного зондирования для различных видов съемки. Приведен метод расчета маршрута съемки с учетом несферичности Земли. Предложен алгоритм вычисления кватерниона ориентации и угловой скорости аппарата для режима целевого функционирования с учетом требуемого направления и величины скорости бега изображения.

Ключевые слова: *малый космический аппарат, дистанционное зондирование, маршрут съемки, наведение.*

Рассматривается малый космический аппарат (МКА) дистанционного зондирования с аппаратурой оптико-электронного сканирования, работающей в режиме временной задержки и накопления. Для МКА должен быть предусмотрен ряд режимов ориентации, которые задаются требованиями, диктуемыми аппаратурой дистанционного зондирования. Учет всех требований определяет содержание задачи управления наведением и ориентацией.

Постановка задачи

Задача управления наведением и ориентацией МКА включает в себя несколько подзадач, из которых в данной работе рассматриваются следующие:

1. Выбор удобного способа задания маршрута съемки на поверхности Земли.
2. Расчет программного кватерниона, т.е. кватерниона ориентации МКА относительно орбитальной системы координат (ОСК) в момент съемки.
3. Расчет программной угловой скорости – угловой скорости, с которой МКА должен приводиться в требуемое положение к моменту съемки.

Маршрут съемки

Будем считать, что Земля имеет форму эллипсоида вращения. Рассмотрим плоское сечение Земли по меридиану (рис. 1) и параллели (рис. 2). Декартовы координаты k -го объекта съемки (X_k ; Y_k ; Z_k) выражаются через географическую широту φ_k , долготу λ_k и высоту над уровнем океана h_k по известным формулам [1, 2]:

$$\begin{aligned} X_k &= (N + h_k) \cos \varphi_k \cos \lambda_k; \\ Y_k &= (N + h_k) \cos \varphi_k \sin \lambda_k; \\ Z_k &= (N - \varepsilon^2 N + h_k) \sin \varphi_k; \end{aligned} \quad N = \frac{a}{\sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \varphi_k}}, \quad (1)$$

где $a = 6378,137$ км – экваториальный радиус Земли; $b = 6356,751$ км – полярный радиус Земли; $\varepsilon^2 = (a^2 - b^2) / a^2$ – первый эксцентриситет.

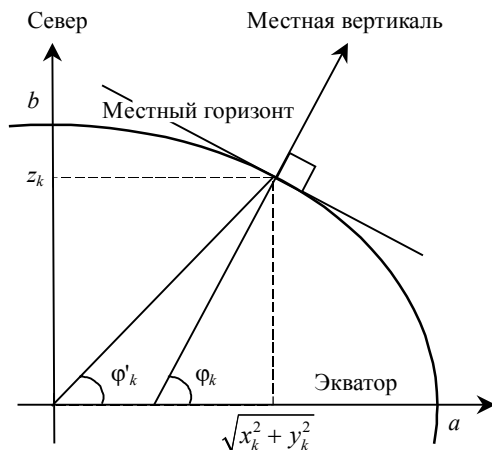


Рис. 1. Сечение по меридиану

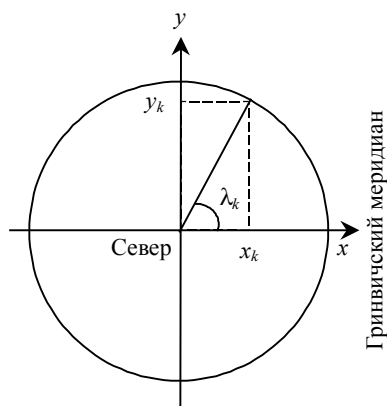


Рис. 2. Сечение по параллели

Для последующих расчетов будем использовать только декартовы координаты цели $(X_k; Y_k; Z_k)$, которые будем записывать в виде одного вектора $\vec{R}_k$, и декартовы координаты МКА, определяемые по данным систем GPS/ГЛОНАСС или по усредненным кеплеровым элементам (*TLE, Two-Line Element set*).

Очевидно, что площадная и стереоскопическая съемка являются частными случаями маршрутной. Понятия же кадровой съемки вовсе не существует для матрицы, работающей в режиме временной задержки и накопления.

Исходные данные на маршрутную съемку задаются в виде координат узловых точек и векторов, определяющих направление скорости бега изображения. Под бегом изображения понимается специально организуемое угловое движение МКА и аппаратуры съемки, такое, что имеет место движение изображения снимаемой поверхности в фокальной плоскости аппаратуры в строго заданном направлении (по столбцам матрицы) и с заданной скоростью.

Рассмотрим гладкую кривую, проходящую через узловые точки с известными координатами в WGS84 и заданными в этих точках касательными к этой кривой (рис. 3). Наиболее целесообразным представляется задание интерполирующей кривой в виде сплайна третьего порядка с заданными в узловых точках значениями его производной (сплайн Эрмита) [3].

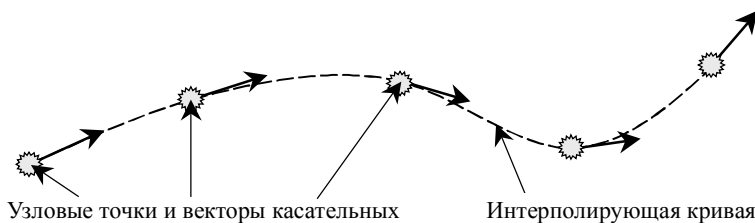


Рис. 3. Сплайн третьего порядка

Для системы точек в пространстве построение интерполирующих сплайнов третьей степени осуществляется следующим образом. Пусть $\{X_k, Y_k, Z_k\}$ – семей-

ство точек, координаты которых в $WGS84$ рассчитываются по формулам (1), $\{\dot{X}_k, \dot{Y}_k, \dot{Z}_k\}$ – векторы касательных в заданных точках. Требуется построить гладкую кривую, проходящую через эти точки, касательные в которых совпадают с заданными. Искомые сплайны зададим в виде параметрических уравнений:

$$\begin{cases} x_k(t) = a_x^k + b_x^k \cdot t + c_x^k \cdot t^2 + d_x^k \cdot t^3; \\ y_k(t) = a_y^k + b_y^k \cdot t + c_y^k \cdot t^2 + d_y^k \cdot t^3; \\ z_k(t) = a_z^k + b_z^k \cdot t + c_z^k \cdot t^2 + d_z^k \cdot t^3. \end{cases} \quad (2)$$

Положим $t_k=0$, $t_{k+1}=1$ для каждого промежутка $[t_k; t_{k+1}]$. На концах промежутка $[t_k; t_{k+1}]$ должны выполняться соотношения

$$\begin{cases} x_k(t_k) = X_k; \\ y_k(t_k) = Y_k; \\ z_k(t_k) = Z_k; \\ \dot{x}_k(t_k) = \dot{X}_k; \\ \dot{y}_k(t_k) = \dot{Y}_k; \\ \dot{z}_k(t_k) = \dot{Z}_k; \end{cases} \quad \begin{cases} x_k(t_{k+1}) = X_{k+1}; \\ y_k(t_{k+1}) = Y_{k+1}; \\ z_k(t_{k+1}) = Z_{k+1}; \\ \dot{x}_k(t_{k+1}) = \dot{X}_{k+1}; \\ \dot{y}_k(t_{k+1}) = \dot{Y}_{k+1}; \\ \dot{z}_k(t_{k+1}) = \dot{Z}_{k+1}. \end{cases} \quad (3)$$

Решая полученные системы уравнений, найдём искомые коэффициенты:

$$\begin{aligned} a_x^k &= X_k; & c_x^k &= 3 \cdot (X_{k+1} - X_k) - 2 \cdot \dot{X}_k - \dot{X}_{k+1}; \\ a_y^k &= Y_k; & c_y^k &= 3 \cdot (Y_{k+1} - Y_k) - 2 \cdot \dot{Y}_k - \dot{Y}_{k+1}; \\ a_z^k &= Z_k; & c_z^k &= 3 \cdot (Z_{k+1} - Z_k) - 2 \cdot \dot{Z}_k - \dot{Z}_{k+1}; \\ b_x^k &= \dot{X}_k; & d_x^k &= \dot{X}_{k+1} + \dot{X}_k + 2 \cdot (X_k - X_{k+1}); \\ b_y^k &= \dot{Y}_k; & d_y^k &= \dot{Y}_{k+1} + \dot{Y}_k + 2 \cdot (Y_k - Y_{k+1}); \\ b_z^k &= \dot{Z}_k; & d_z^k &= \dot{Z}_{k+1} + \dot{Z}_k + 2 \cdot (Z_k - Z_{k+1}). \end{aligned} \quad (4)$$

При построении полученных сплайнов полагаем, что t принимает значения из интервала $[0; 1]$ на каждом промежутке.

Системы координат

Далее будем опускать индекс k , полагая, что все выражения записаны для съемки k -й точки маршрута в k -й момент времени. На рис. 4 схематично изображены используемые системы координат и связывающие их кватернионы.

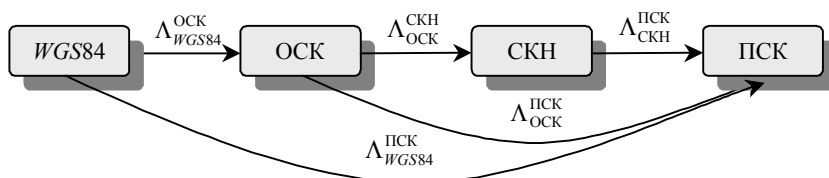


Рис. 4. Используемые системы координат

Здесь ОСК – орбитальная система координат, которая в $WGS84$ определяется следующим образом:

$$\begin{aligned}
\vec{x}_{\text{ОСК}} &= -\frac{\vec{R}_{\text{МКА}}}{|\vec{R}_{\text{МКА}}|}; \\
\vec{z}_{\text{ОСК}} &= -\frac{\vec{R}_{\text{МКА}} \times \vec{V}_{\text{МКА}}}{|\vec{R}_{\text{МКА}} \times \vec{V}_{\text{МКА}}|}; \\
\vec{y}_{\text{ОСК}} &= \vec{z}_{\text{ОСК}} \times \vec{x}_{\text{ОСК}},
\end{aligned} \tag{5}$$

где $\vec{R}_{\text{МКА}}$ – радиус-вектор МКА в $WGS84$; $\vec{V}_{\text{МКА}}$ – скорость МКА в $WGS84$.

Кватернион $\Lambda_{WGS84}^{\text{ОСК}}$, определяющий положение ОСК в $WGS84$, можно найти, зная положение осей ОСК в $WGS84$ [4]:

$$\Lambda_{WGS84}^{\text{ОСК}} = \lambda_0 + \vec{\lambda}, \tag{6}$$

$$\text{где } \lambda_0 = \pm \left(1 + \frac{1}{4}\bar{\theta}^2\right)^{-\frac{1}{2}}; \lambda_i = \pm \frac{1}{2}\lambda_0\bar{\theta}_i, \quad \bar{\theta} = 2 \frac{(\vec{y}_{\text{ОСК}} - \vec{y}_{WGS84}) \times (\vec{x}_{\text{ОСК}} - \vec{x}_{WGS84})}{(\vec{y}_{\text{ОСК}}, \vec{x}_{WGS84}) - (\vec{y}_{WGS84}, \vec{x}_{\text{ОСК}})} -$$

вектор конечного поворота.

СКН – система координат наведения, которую удобно ввести как трехмерный правый базис $(\vec{x}_{\text{СКН}}, \vec{y}_{\text{СКН}}, \vec{z}_{\text{СКН}})$, ось $\vec{x}_{\text{СКН}}$ которого получена кратчайшим поворотом оси $\vec{x}_{\text{ОСК}}$ и направлена на k -ю точку маршрута. Оси СКН в ОСК можно получить с помощью известных соотношений [4, 5]:

$$\begin{aligned}
\vec{x}_{\text{СКН}} &= \Lambda_{\text{ОСК}}^{\text{СКН}} \circ \vec{x}_{\text{ОСК}} \circ \tilde{\Lambda}_{\text{ОСК}}^{\text{СКН}}, \\
\vec{y}_{\text{СКН}} &= \Lambda_{\text{ОСК}}^{\text{СКН}} \circ \vec{y}_{\text{ОСК}} \circ \tilde{\Lambda}_{\text{ОСК}}^{\text{СКН}}, \\
\vec{z}_{\text{СКН}} &= \Lambda_{\text{ОСК}}^{\text{СКН}} \circ \vec{z}_{\text{ОСК}} \circ \tilde{\Lambda}_{\text{ОСК}}^{\text{СКН}},
\end{aligned} \tag{7}$$

где $\Lambda_{\text{ОСК}}^{\text{СКН}}$ – кватернион наведения, т.е. поворота продольной оси целевой аппаратуры от направления вдоль оси $\vec{x}_{\text{ОСК}}$ к направлению на k -ю точку маршрута.

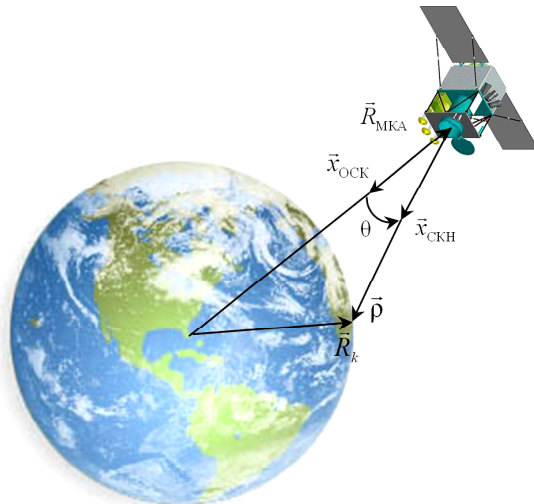


Рис. 5. Наведение на k -ю точку маршрута

Для расположения столбцов матрицы целевой аппаратуры по направлению вектора скорости бега местности $\vec{V}_{\text{БМ}}$ необходим разворот в фокальной плоскости целевой аппаратуры. $\Lambda_{\text{СКН}}^{\text{ПСК}}$ представляет собой кватернион такого разворота, записанный в параметрах Родрига – Гамильтона, и определяет положение осей ПСК в СКН.

ПСК – программная система координат – та система координат, с которой должна совпадать связанная с аппаратом система координат в момент съемки k -й точки маршрута.

Кватернион $\Lambda_{\text{ОСК}}^{\text{ПСК}}$ имеет физический смысл кватерниона программной (требуемой) ориентации (ПСК относительно ОСК) в осях ОСК. Кватернион $\Lambda_{\text{WGS84}}^{\text{ПСК}}$ имеет смысл кватерниона программной ориентации (ПСК относительно ОСК) в осях WGS84.

Расчет кватерниона программной ориентации

Кватернион программной ориентации $\Lambda_{\text{ОСК}}^{\text{ПСК}}$ будем искать как произведение двух кватернионов в параметрах Родрига – Гамильтона [4, 5]:

$$\Lambda_{\text{ОСК}}^{\text{ПСК}} = \Lambda_{\text{ОСК}}^{\text{СКН}} \circ \Lambda_{\text{СКН}}^{\text{ПСК}}, \quad (8)$$

где $\Lambda_{\text{ОСК}}^{\text{СКН}}$ и $\Lambda_{\text{СКН}}^{\text{ПСК}}$ – определенные выше кватернионы наведения и разворота.

Кватернион наведения $\Lambda_{\text{ОСК}}^{\text{СКН}}$ продольной оси целевой аппаратуры на объект съемки запишем в тригонометрическом виде:

$$\Lambda_{\text{ОСК}}^{\text{СКН}} = \cos \frac{\theta}{2} + \vec{\zeta} \sin \frac{\theta}{2}, \quad (9)$$

где θ – угол поворота оси целевой аппаратуры МКА от оси $\vec{x}_{\text{ОСК}}$ к направлению на объект съемки; $\vec{\zeta}$ – единичный вектор, задающий ось поворота МКА на угол θ (на рис. 5 направлен на наблюдателя).

Единичный вектор $\vec{\zeta}$ найдется из очевидного из рис. 5 соотношения:

$$\vec{\zeta} = \frac{(-\vec{R}_{\text{МКА}}) \times \vec{\rho}}{|(-\vec{R}_{\text{МКА}}) \times \vec{\rho}|}, \quad (10)$$

где $\vec{\rho} = \vec{R}_k - \vec{R}_{\text{МКА}}$; $\vec{R}_{\text{МКА}}$ – радиус-вектор МКА.

Угол θ найдется из скалярного произведения векторов $\vec{\rho}$ и $-\vec{R}_{\text{МКА}}$ по формуле

$$\theta = \pm \arccos \left[\frac{(\vec{\rho}, -\vec{R}_{\text{МКА}})}{|\vec{\rho}| \cdot |\vec{R}_{\text{МКА}}|} \right]. \quad (11)$$

Соотношения (10) и (11) определяют величины, необходимые для вычисления кватерниона наведения (9).

Кватернион разворота в фокальной плоскости $\Lambda_{\text{СКН}}^{\text{ПСК}}$ будем искать для того момента, когда ось целевой аппаратуры МКА уже направлена на k -ю точку маршрута (рис. 6).

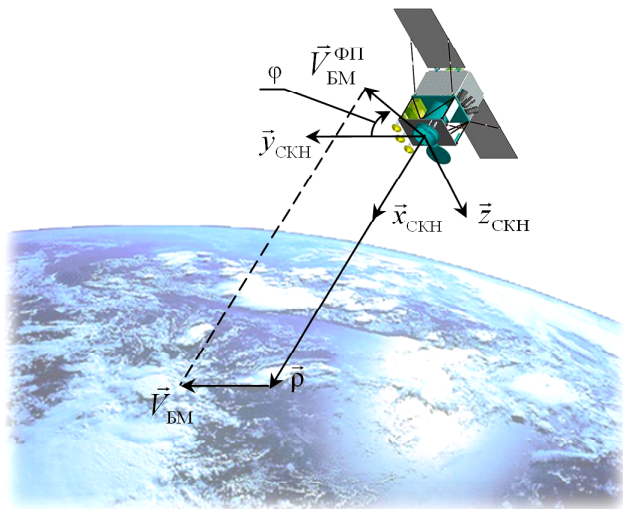


Рис. 6. Разворот в фокальной плоскости

Запишем его в тригонометрическом виде:

$$\Lambda_{\text{СКН}}^{\text{ПСК}} = \cos \frac{\varphi}{2} + \vec{\xi} \sin \frac{\varphi}{2}, \quad (12)$$

где φ – угол поворота МКА в фокальной плоскости (вокруг оси оптической аппаратуры); $\vec{\xi}$ – единичный вектор, перпендикулярный фокальной плоскости, который в системе координат наведения совпадает с осью абсцисс:

$$\vec{\xi} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Для определения φ найдем сначала $\vec{V}_{\text{БМ}}^{\text{ФП}}$ – проекцию вектора $\vec{V}_{\text{БМ}}$ на фокальную плоскость. Эта проекция, как видно из рис. 6, в осях системы координат наведения (7) найдется следующим образом:

$$\vec{V}_{\text{БМ}}^{\text{ФП}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{V}_{\text{БМ}}. \quad (14)$$

Угол φ найдется из скалярного произведения векторов $\vec{y}_{\text{СКН}}$ и $\vec{V}_{\text{БМ}}^{\text{ФП}}$:

$$\varphi = \arccos \left[\frac{(\vec{y}_{\text{СКН}}, \vec{V}_{\text{БМ}}^{\text{ФП}})}{|\vec{y}_{\text{СКН}}| \cdot |\vec{V}_{\text{БМ}}^{\text{ФП}}|} \right], \quad (15)$$

где $\vec{y}_{\text{СКН}}$ определяется из второго уравнения системы (7).

Соотношения (13) и (15) определяют величины, необходимые для вычисления кватерниона разворота в фокальной плоскости (12). Как было показано в формуле (8), кватернион программной ориентации $\Lambda_{\text{ОСК}}^{\text{ПСК}}$ найдется как произведение кватернионов (9) и (12). Полученный кватернион позволяет вычислить положение

осей ПСК в ОСК [4, 5]:

$$\begin{aligned}\vec{x}_{ПСК} &= \Lambda_{ОСК}^{ПСК} \circ \vec{x}_{ОСК} \circ \tilde{\Lambda}_{ОСК}^{ПСК}, \\ \vec{y}_{ПСК} &= \Lambda_{ОСК}^{ПСК} \circ \vec{y}_{ОСК} \circ \tilde{\Lambda}_{ОСК}^{ПСК}, \\ \vec{z}_{ПСК} &= \Lambda_{ОСК}^{ПСК} \circ \vec{z}_{ОСК} \circ \tilde{\Lambda}_{ОСК}^{ПСК}.\end{aligned}\quad (16)$$

Кроме того, имея программный кватернион в ОСК, можно рассчитать указанный на рис. 4 кватернион программной ориентации в WGS84 [4, 5]:

$$\Lambda_{WGS84}^{ПСК} = \Lambda_{WGS84}^{ОСК} \circ \Lambda_{ОСК}^{ПСК}. \quad (17)$$

Расчет угловой скорости программного вращения

Полученный кватернион $\Lambda_{ОСК}^{ПСК}$ – переменный. Изменение кватерниона определяется кинематическим уравнением [4, 5]:

$$2\dot{\Lambda}_{ОСК}^{ПСК} = \Lambda_{ОСК}^{ПСК} \circ \vec{\omega}_{пр}, \quad (18)$$

где $\vec{\omega}_{пр}$ – угловая скорость программного вращения (ПСК относительно ОСК) в осях ПСК.

Отсюда можем выразить программную угловую скорость:

$$\vec{\omega}_{пр} = 2\tilde{\Lambda}_{ОСК}^{ПСК} \circ \dot{\Lambda}_{ОСК}^{ПСК}. \quad (19)$$

Другой способ определения программной угловой скорости состоит в учете следующих движений:

- суточное вращение Земли;
- орбитальное движение МКА;
- заданный бег местности.

Поскольку орбитальную скорость мы имеем в связанном с Землей базисе, эта скорость $\vec{V}_{МКА}^{WGS84}$ содержит в себе скорость суточного вращения Земли.

Наличие орбитальной скорости МКА в задаче дистанционного зондирования вызывает необходимость компенсировать эту скорость угловым движением МКА со скоростью $\vec{\omega}_{орб}$:

$$\vec{\omega}_{орб} = \frac{\vec{V}_{МКА}^{WGS84} \times \vec{\rho}}{\vec{\rho}^2}. \quad (20)$$

Заданная скорость бега местности $\vec{V}_{БМ}$ обуславливает угловое движение МКА со скоростью $\vec{\omega}_{БМ}$:

$$\vec{\omega}_{БМ} = \frac{\vec{\rho} \times \vec{V}_{БМ}}{\vec{\rho}^2} = -\frac{\vec{V}_{БМ} \times \vec{\rho}}{\vec{\rho}^2}. \quad (21)$$

Программная угловая скорость найдется сложением угловых скоростей (20) и (21) в одной системе координат:

$$\vec{\omega}_{пр} = \vec{\omega}_{орб} + \vec{\omega}_{БМ} = \frac{(\vec{V}_{МКА}^{WGS84} - \vec{V}_{БМ}) \times \vec{\rho}}{\vec{\rho}^2}. \quad (22)$$

Оба способа расчета программной угловой скорости приводят к идентичным результатам. Выбор того или иного способа определяется возможностями бортовой вычислительной машины и требованиями к быстродействию.

Представленные алгоритмы верифицированы контрольными точками с использованием программных пакетов *Satellite Tool Kit* и *MATLAB*. Данный материал позволяет рассчитать кватернион рассогласования и сформировать алгоритм управления угловой стабилизацией МКА при выполнении съемки.

Авторы выражают благодарность д.ф.-м.н., профессору В.Н. Бранцу за помощь при выполнении работы, а также И.А. Грудеву за ценные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бранец В.Н., Севастьянов Н.Н., Федулов Р.В. Лекции по теории систем ориентации, управления движением и навигации: учеб. пособие. Томск: ТГУ, 2013. 316 с.
2. Kelso T.S. Orbital Coordinate systems, Part III // *Satellite Times*, January/February 1996.
3. Алберг Дж., Нильсон Э., Уолли Дж. Теория сплайнов и ее приложения. М.: Мир, 1972. 319 с.
4. Бранец В.Н. Лекции по теории бесплатформенных навигационных систем управления. М.: МФТИ, 2009. 302 с.
5. Амелькин Н.И. Кинематика и динамика твердого тела. М: МФТИ, 2000. 64 с.

Статья поступила 12.11.2012 г.

Fedulov R.V., Shishkin A.S. POINTING OF OPTICAL EQUIPMENT OF SMALL REMOTE SENSING SPACECRAFT. We have presented the solution of the problem of optical equipment pointing of small remote sensing spacecraft for various types of photographic surveys. Proposed is the method of the imaging track calculating, considering the non-sphericity of the Earth. Also provided is the algorithm for computing the attitude quaternion and angular velocity of the spacecraft for target operation mode – considering the required direction and factor of image movement.

Keywords: small spacecraft, remote sensing, imaging track, pointing.

FEDULOV Roman Vasil'evich (Gazprom Space Systems JSC)

E-mail: fedulov@gazprom-spacesystems.ru

SHISHKIN Anton Sergeevich (Gazprom Space Systems JSC)

E-mail: shishkin@gazprom-spacesystems.ru