

Т.В. Колмакова

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ОБЪЕМА КОСТИ ПРИ ОСЕВОМ СЖАТИИ

Представлены результаты компьютерного моделирования напряженно-деформированного состояния объема кости при осевом сжатии, содержащего компактный и губчатый слои разной плотности. Исследуется влияние изменения плотностей структурных слоев на изменение границ диапазона распределения напряжений и деформаций в объеме кости и в его структурных составляющих.

Ключевые слова: компьютерное моделирование, компактная костная ткань, губчатая костная ткань, напряженно-деформированное состояние.

Одним из основных требований, предъявляемых к имплантатам, используемым для реконструкции и замещения костных дефектов, является подобие их в механическом поведении костной ткани [1, 2], поэтому актуальным является исследование напряженно-деформированного состояния кости под нагрузкой.

Кости сформированы двумя типами костной ткани: компактной (кортикальной) и губчатой (трабекулярной), отличающимися пространственным расположением структурных элементов, плотностью, минеральным содержанием [3]. Плотность компактной костной ткани может варьироваться от 1,6 до 2,0 г/см³ [4], а плотность губчатой ρ_g – от 0,1 до 1,0 г/см³ [5] в зависимости от их анатомического расположения и состояния здоровья индивидуума.

Поведение отдельно кортикальной и отдельно губчатой костной ткани под нагрузкой изучается достаточно давно. Однако за пределами исследований остались представления о распределении нагрузки в объемах костной ткани, содержащей и компактную и губчатую составляющие. В настоящей работе представлены результаты компьютерного моделирования напряженно-деформированного состояния объемов кости, отличающегося плотностью компактной и губчатой костных тканей при осевом сжатии.

Рассматривается объем костной ткани – модельный образец, содержащий губчатую, компактную составляющие в соотношении 1:1 и промежуточный слой (рис. 1).

Моделировалось нагружение образца напряжением сжатия σ_0 вдоль оси Z (оси кости). Плоскость нагружения YX на рис. 1 представлена на переднем плане, плоскость закрепления – на заднем.

Задача решалась в рамках линейной теории упругости:

$$\begin{cases} \sigma_{ij,j} = 0, \\ \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(U_{i,j} + U_{j,i}), \\ \sigma_{ij} = 2\mu \left(\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \theta \delta_{ij} \right), \end{cases}$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений, ε_{ij} – компоненты тензора деформаций,

U_i – компоненты вектора перемещений, θ – объемная деформация, ν – коэффициент Пуассона, μ – модуль сдвига ($\mu = E/(2(1+\nu))$, E – модуль упругости), δ_{ij} – символ Кронекера ($\delta_{ij}=1$ при $i=j$, $\delta_{ij}=0$ при $i \neq j$).

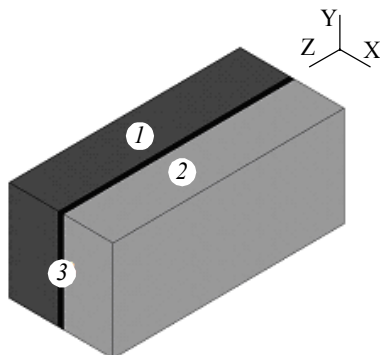


Рис. 1. Геометрическая модель костного образца (1 – компактная составляющая, 2 – губчатая составляющая, 3 – промежуточный слой)

Модули упругости E (ГПа) на сжатие компактной (к) и губчатой (г) составляющих образца задавались в зависимости от их плотности ρ (г/см³) и минерального содержания согласно модели Эрнандеса [6]. Модуль упругости промежуточного слоя определяется как среднеарифметическое значение модулей упругости компактного и губчатого слоев. Выражения для определения модулей упругости при сжатии компактной и губчатой составляющих от их плотности с учетом массовой доли минералов 60 и 53 % соответственно представлены ниже:

$$E_k = 2,78\rho_k^{2,58}, \quad E_g = 2,21\rho_g^{2,58}.$$

Расчеты напряженно-деформированного состояния модельных образцов костной ткани проводились в программном комплексе ANSYS с использованием метода конечных элементов.

На рис. 2 представлены распределения напряжений σ_z (МПа) (рис. 2, а) и деформаций ε_z (рис. 2, б) в модельных образцах с плотностью компактной ткани 1,8 г/см³, плотностью губчатой 0,2, 0,5 и 0,8 г/см³ при напряжении сжатия $\sigma_0 = 1,2$ МПа в одном диапазоне изменения значений.

Из представленных результатов видно, что в образцах наибольшее напряжение сжатия сконцентрировано в компактной составляющей вблизи промежуточного слоя, а наибольшее растягивающее напряжение там же со стороны свободного края. Наибольшие сжимающие деформации для образца с плотностью губчатой составляющей 0,2 г/см³ локализуются в губчатой составляющей образца вблизи плоскости нагружения. Для образцов с плотностью губчатой составляющей 0,5 и 0,8 г/см³ наблюдается равномерное распределение деформаций по всему образцу. Образец с плотностью губчатого слоя 0,8 г/см³ характеризуется наиболее равномерным распределением напряжений. Подобное распределение напряжений и деформаций в модельных образцах объясняется влиянием трех видов деформаций, реализующихся в разных направлениях при осевом сжатии: деформации сжатия, реализующейся в направлении оси Z (оси нагружения), деформации изгиба, реализующейся в направлении оси X и деформации растяжения в направлении оси Y [7].

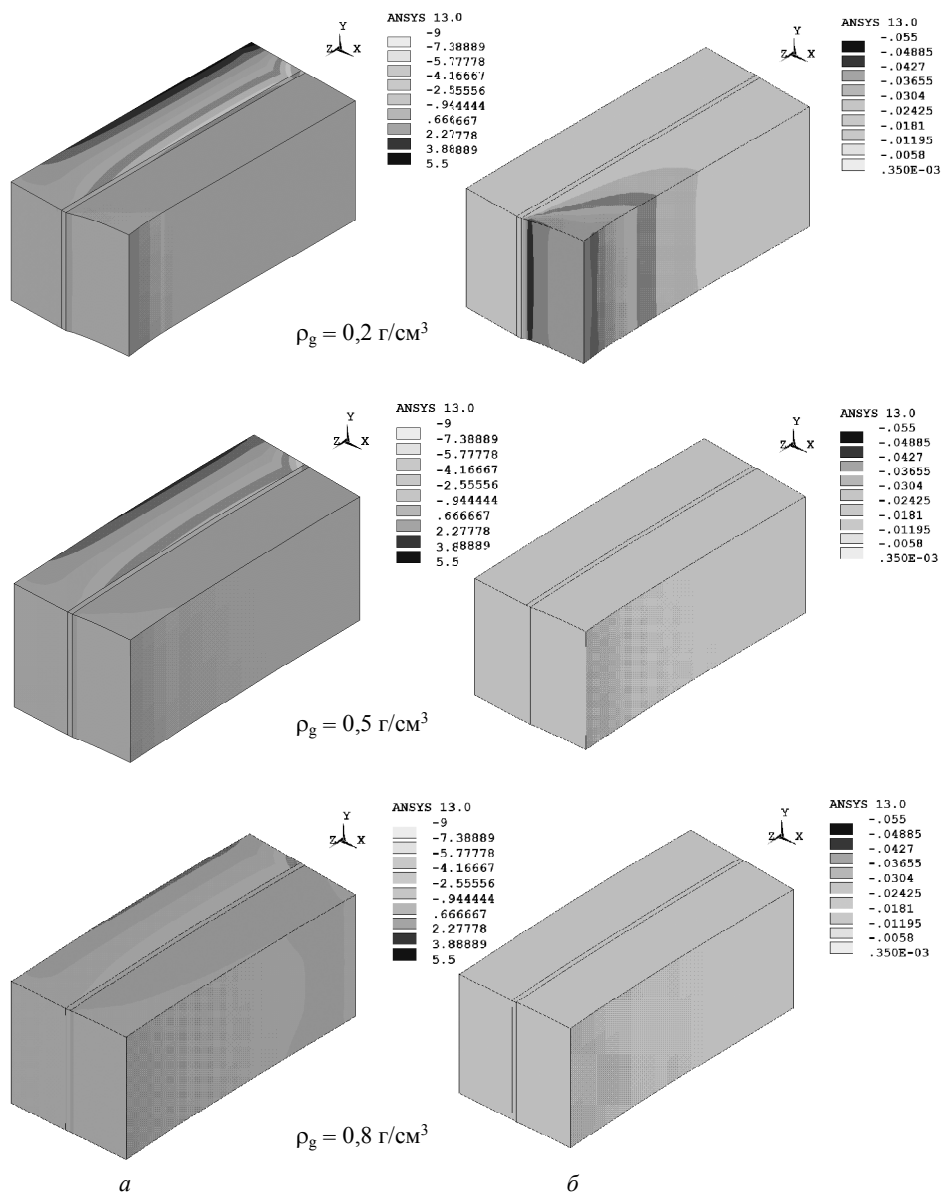


Рис. 2. Распределение напряжений σ_z (МПа) (а) и деформаций ϵ_z (б) в модельных образцах кости с плотностью компактной костной ткани $\rho_k = 1,8 \text{ г/см}^3$ при напряжении сжатия $\sigma_0 = 1,2 \text{ МПа}$

На рис. 3 представлено изменение границ диапазона напряжений и деформаций в модельном образце и в его структурных составляющих с ростом плотности губчатой ткани при напряжении сжатия 1,2 МПа. Повышение плотности губчатой составляющей приводит к сужению диапазона изменения напряжений и деформаций в объеме кости.

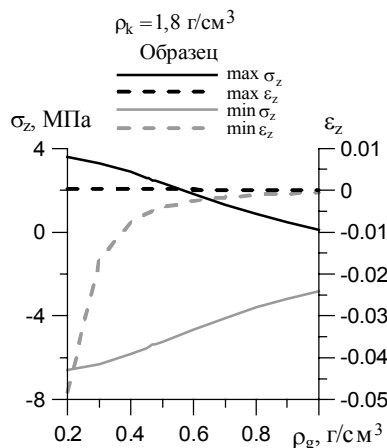


Рис. 3. Изменение границ диапазона напряжений ($\max \sigma_z$, $\min \sigma_z$) и деформаций ($\max \varepsilon_z$, $\min \varepsilon_z$) в модельном образце с ростом плотности губчатой ткани ρ_g при напряжении сжатия 1,2 МПа

Изменение максимальной деформации образца в зависимости от изменения плотности его структурных составляющих (рис. 5, а) определяется распределением максимальной деформации в компактном слое (рис. 5, б). Максимальные напряжения и деформации принимают нулевые значения в образцах с плотностями компактного слоя 1,6 и 1,7 г/см³ и плотностями губчатого слоя 0,94 и 1,0 г/см³ соответственно ($\rho_k/\rho_g=1,7$) (рис. 4, 5, а, б, отмечено горизонтальной линией). Можно предположить, что в образцах с отношением $\rho_k/\rho_g < 1,7$ будут реализовываться уже не растягивающие, а сжимающие максимальные напряжения и деформации, как например для образца с плотностью компактного слоя 1,6 г/см³ и плотностью губчатого слоя 1,0 г/см³ ($\rho_k/\rho_g = 1,6$) (рис. 4, 5, а, б).

Максимальная деформация компактного слоя с ростом плотности губчатой составляющей уменьшается. С увеличением плотности компактного слоя уменьшается угол наклона кривой $\max \varepsilon_z(\rho_g)$. Для образцов с разной плотностью компактного слоя и плотностью губчатого слоя 0,66 г/см³ максимальная деформация имеет одинаковое значение: $\max \varepsilon_z = 0,00012$ (рис. 5, а, б).

Изменение минимальной деформации, реализующейся в образце в зависимости от изменения плотности его структурных составляющих (рис. 5, а), определяется распределением минимальной деформации в губчатом слое (рис. 5, в), которая не зависит от плотности компактного слоя образца и стремится к нулю с ростом плотности губчатого слоя.

Влияние изменения плотности компактного слоя на изменение максимальных и минимальных деформаций в структурных составляющих меньше по сравнению с влиянием изменения плотности губчатого слоя и снижается с ростом плотности губчатого слоя (рис. 5, а–в).

Таким образом, в результате проведенных исследований выявлено, что для объема кости, содержащего компактный и губчатый слои в соотношении 1:1 с массовой долей минералов 60 и 53 % соответственно, повышение плотности

На рис. 4, 5 представлены распределения границ диапазона напряжений и деформаций в модельных образцах и в их структурных составляющих, компактной и губчатой, отличающихся плотностью. Видно, что влияние изменения плотности компактной составляющей на изменение границ диапазона распределения напряжений меньше по сравнению с влиянием изменения плотности губчатого слоя образца, усиливается с ростом плотности губчатого слоя (рис. 4, а–в) и практически не сказывается на минимальном напряжении губчатого слоя (рис. 4, в).

Диапазон изменения напряжений в образце (рис. 4, а) и в его структурных составляющих (рис. 4, б, в) становится все уже с уменьшением плотности компактного слоя.

Изменения значений максимальных и минимальных напряжений в образце с изменением плотности его структурных составляющих (рис. 4, а) определяются изменением напряжений в компактном слое (рис. 4, б).

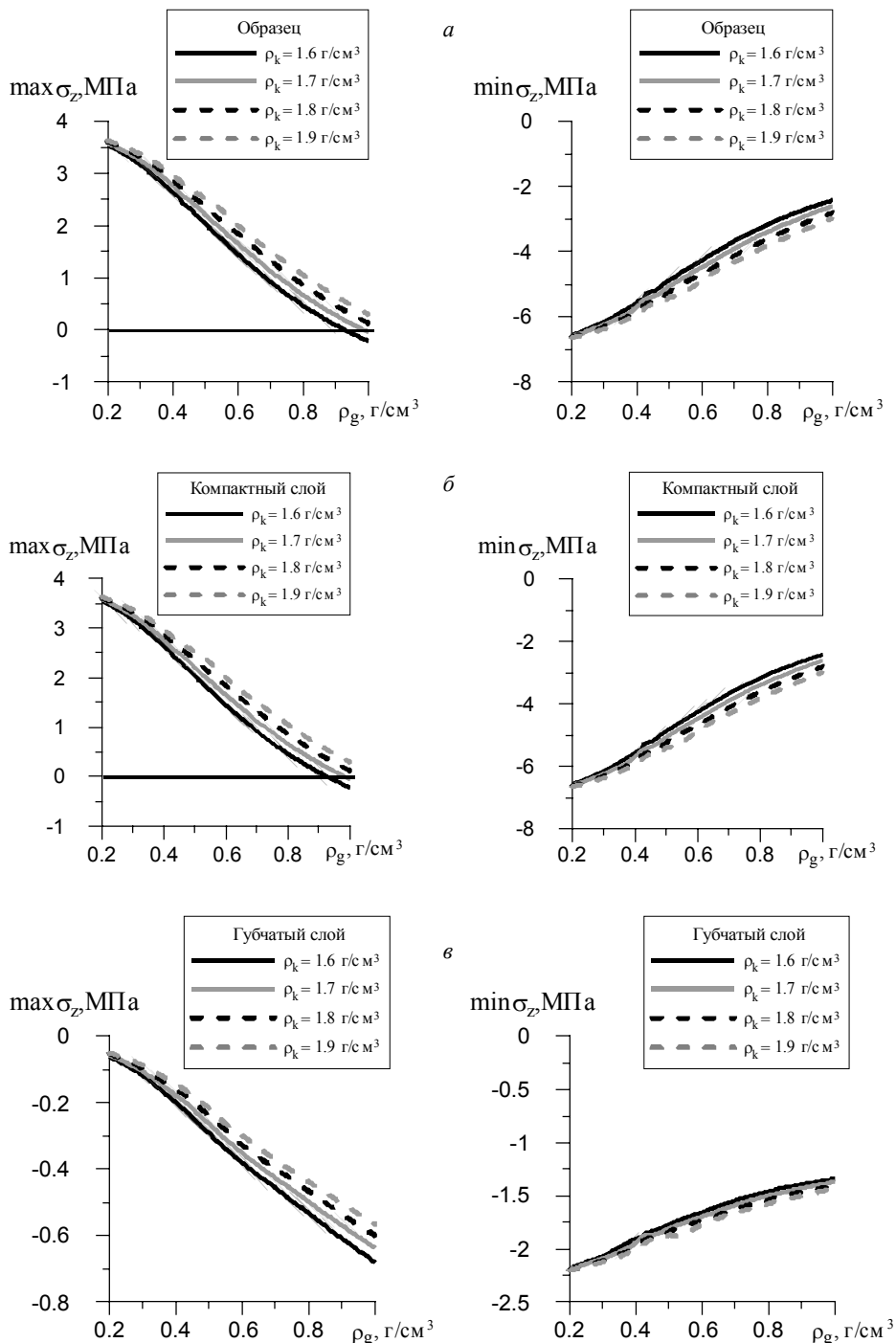


Рис. 4. Изменение границ диапазона напряжений ($\max \sigma_z$, $\min \sigma_z$) в модельных образцах (*a*) и в их структурных составляющих (*б*, *в*) с изменением плотности компактного слоя ρ_k и губчатого слоя ρ_g при напряжении сжатия 1,2 МПа

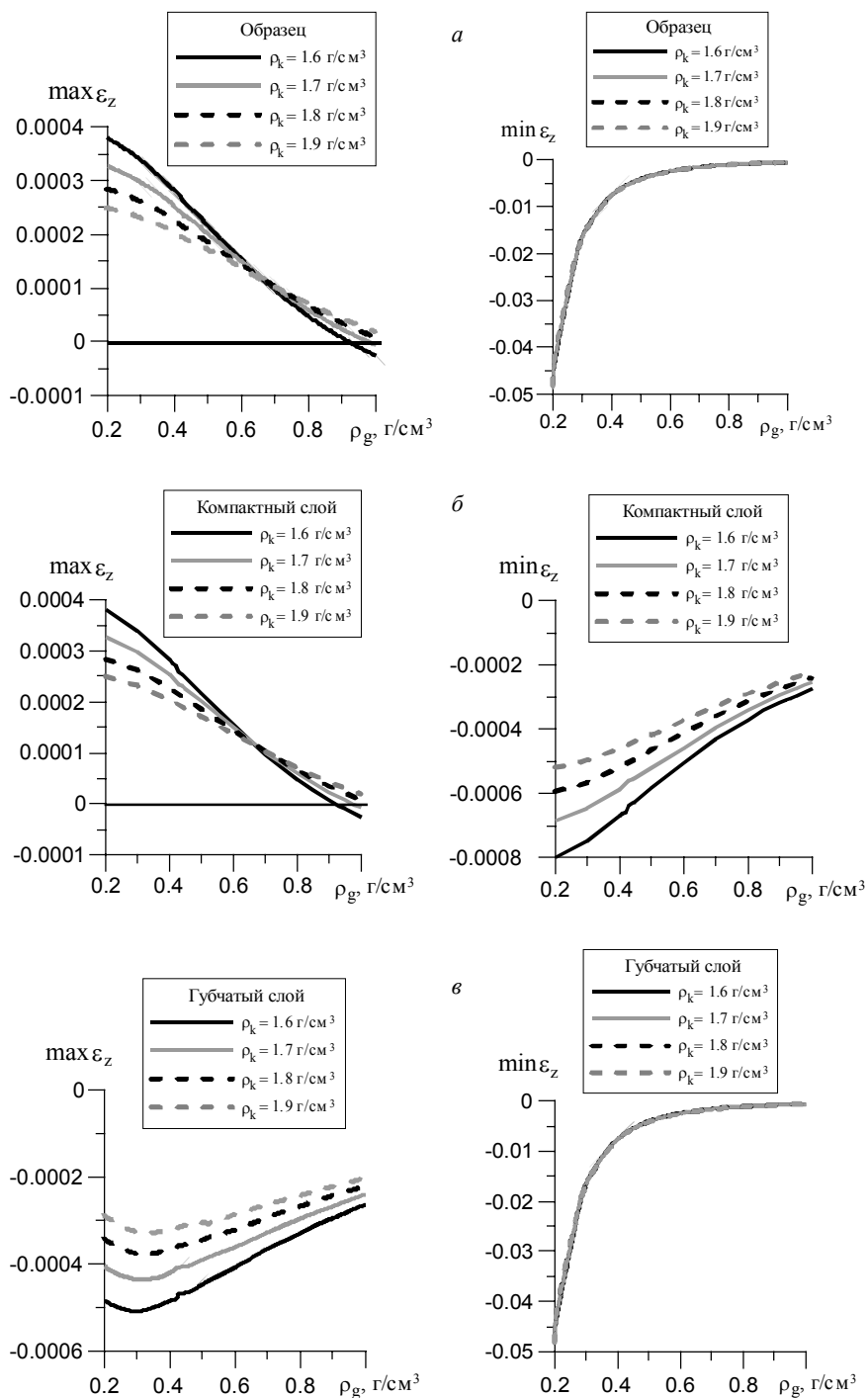


Рис. 5. Изменение границ диапазона деформаций ($\max \varepsilon_z$, $\min \varepsilon_z$) в модельных образцах (а) и в их структурных составляющих (б, в), отличающихся плотностью компактного слоя ρ_k и губчатого слоя ρ_g при напряжении сжатия 1,2 МПа

губчатой составляющей или снижение плотности компактной составляющей приводит к сужению диапазона распределения напряжений и деформаций.

Изменение плотности компактной составляющей в меньшей степени влияет на изменение границ диапазона распределения напряжений и деформаций по сравнению с изменением плотности губчатой составляющей образца. Влияние изменения плотности компактной составляющей на изменение границ диапазона распределения напряжений в образце и в компактном слое и на изменение максимального напряжения в губчатом слое усиливается с ростом плотности губчатой составляющей и практически не сказывается на минимальном напряжении и деформации губчатого слоя. Влияние изменения плотности компактной составляющей на изменение диапазона распределения деформаций в компактном слое и на изменение максимальной деформации в губчатом слое уменьшается с ростом плотности губчатого слоя.

Изменение максимального и минимального значений напряжений в образце при осевом сжатии определяется изменением соответствующих значений напряжений в компактном слое. Изменение максимальной деформации образца определяется изменением максимальной деформации в компактном слое, а изменение минимальной деформации образца – изменением минимальной деформации губчатого слоя.

Для образцов с $\rho_k/\rho_g > 1,7$ реализуются максимальные растягивающие напряжения и деформации, принадлежащие компактному слою, а для образцов с $\rho_k/\rho_g < 1,7$ – сжимающие.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Баринов С. М.* Керамические композиционные материалы на основе фосфатов кальция для медицины // *Успехи химии*. 2010. Т. 79. № 1. С. 15–32.
2. *Путляев В.И.* Современные биокерамические материалы // *Соросовский образовательный журнал*. 2004. Т. 8. № 1. С. 44–50.
3. *Архинов-Балтийский С.В.* Рассуждение о морфомеханике. Норма: в 2 томах. Калининград, 2004. 820 с.
4. *Zioupou P., Cook R.B., and Hutchinson J.R.* Some basic relationships between density values in cancellous and cortical bone // *J. Biomechanics*. 2008. V. 41. P. 1961–1968.
5. *Liebschner M.A.K.* Biomechanical considerations of animal models used in tissue engineering of bone // *Biomaterials*. 2004. No. 25. P. 1697–1714.
6. *Hernandez C.J.* Simulation of Bone Remodeling During the Development and Treatment of Osteoporosis / C.J. Hernandez – PhD Thesis, Stanford University, 2001. 356 p.
7. *Колмакова Т.В.* Деформационное поведение костной ткани при осевом сжатии // *Изв. вузов. Физика*. 2012. Т. 55. № 9/3. С. 57–59.

Статья поступила 13.03.2013 г.

Kolmakova T.V. STUDYING THE STRESS-STRAIN STATE OF THE BONE VOLUME UNDER AXIAL COMPRESSION. The results of computer simulation of the stress-strain state of a bone volume comprising a compact and spongy layers of different densities and undergoing axial compression are presented. Influence of changes in structural layers' densities on the change in range limits of stress and strain distributions in the bone volume and in its structural components is investigated.

Keywords: Computer simulation, compact bone tissue, spongy bone tissue, stress and strain state.

Kolmakova Tatyana Vitalievna (Tomsk State University)
E-mail: kolmakova@ftf.tsu.ru