

УДК 519.87

В.Ф. Первушин**О НЕПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ
ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ**

Рассматриваются задачи идентификации стационарных линейных динамических объектов в условиях непараметрической неопределенности. Предлагается модифицированный метод временных характеристик, позволяющий использовать гладкие входные воздействия для идентификации, а также модели объектов, основанные на результатах идентификационных экспериментов. Приводится пример использования непараметрических методов сглаживания в процессе идентификации. Описан процесс идентификации объектов в условиях проведения пассивных экспериментов.

Ключевые слова: *пассивный эксперимент, идентификация, непараметрическая модель, динамический объект, переходный процесс.*

В справочнике [1, т. 1, с. 232] описаны классические методы непараметрической идентификации линейных динамических систем. Одним из них является метод временных характеристик. Он предполагает воздействие на объект идентификации таким образом, чтобы реакция объекта соответствовала одной из временных характеристик объекта: переходной и импульсной переходной характеристикам. Однако авторы справочника замечают, что метод «не позволяет обычно осуществлять идентификацию в реальном времени, не ориентирован на использование естественных входных и выходных воздействий, не обладает повышенной помехоустойчивостью». Данная работа призвана описать подход к идентификации стационарных линейных динамических объектов, использующий идею метода временных характеристик и не обладающий приведенными выше недостатками.

1. Постановка задачи

Задача заключается в нахождении описания объекта, достаточно точно описывающего его поведение в условиях, когда исследователю известны только качественные характеристики его поведения. К таким характеристикам относится его инертность, изменчивость во времени его структуры и другие. Отсутствие другой априорной информации о структуре объекта, необходимой для построения модели объекта, может быть обусловлено необходимостью привлечения ресурсов, которыми исследователь не располагает (либо привлечение ресурсов нецелесообразно, негуманно и т.д.).

В настоящей работе рассматриваются объекты, которые относятся к классу стационарных линейных динамических детерминированных объектов без запаздывания. Это означает:

- объект незначительно изменяется (изменения его внутренней структуры) в течение времени его изучения;
- известные исследователю воздействия на объект и наблюдаемые исследователем реакции объекта на эти воздействия линейны. Изменение любого учетного

воздействия приведет к изменению реакций объекта на это изменение, причем реакции будут изменяться согласно линейному закону;

- состояние объекта в некоторый момент времени значительно зависит от воздействий, оказываемых на объект в этот момент времени и от состояния объекта в предшествующие моменты времени;

- полученное в ходе исследования описание объекта учитывает все значимые характеристики объекта, оказывающие влияние на его состояние;

- время воздействия на объект и время его реакции на это воздействие незначительно отличаются и им пренебрегается в модели.

Также в работе предполагается наличие аддитивных помех с априорно неизвестным распределением, которые действуют в каналах измерения характеристик объекта. Другими словами, предполагается наличие погрешностей измерительных приборов, используемых в идентификационных экспериментах, о которых пойдет речь далее. Информации о погрешностях приборов исследователь априори не имеет.

Для построения модели требуется информация о поведении объекта. Такую информацию можно получить, наблюдая за поведением объекта, в некоторых случаях воздействуя на объект. В настоящей работе рассматривается задача идентификации объектов при помощи проведения пассивных экспериментов с объектом, однако для объяснения принципа, используемого для решения поставленной задачи, предварительно решается задача идентификации объекта на основании результатов активного эксперимента.

В работе предполагается возможность проведения исследователем активного эксперимента с объектом при воздействии на объект и с последующим наблюдением за его реакцией. При отсутствии возможности проведения активных экспериментов, предполагается возможность пассивного наблюдения за поведением объекта.

Описание объектов. Использование моделей динамических объектов в виде свертки их временных характеристик наилучшим образом подходит для идентификации данных объектов. Этот подход не требует привлечения априорно неизвестной информации.

В работе рассматриваются модели объектов в виде интегралов Дюамеля (1) и Коши – Лагранжа (2) (для наглядности ниже представлена скалярная запись данных интегралов с одной входной и одной выходной характеристиками объекта):

$$x(t) = \int_{t_0}^t h'(t-\tau)u(\tau)d\tau; \quad (1)$$

$$x(t) = f(t-t_0) + \int_{t_0}^t h'(t-\tau)u(\tau)d\tau, \quad (2)$$

где t_0 – момент времени начала наблюдения за объектом, $x(t)$ – функция, описывающая выходную реакцию объекта, $h(t)$ – функция, описывающая переходную характеристику объекта, производная от которой $h'(t)$ описывает импульсную переходную характеристику объекта, $u(t)$ – функция, описывающая входное воздействие на объект, $f(t)$ – функция, описывающая свободную составляющую движения объекта.

Модели (1) и (2) отличаются возможностью учета нестабильного начального состояния объекта. Для этого в интеграле Коши – Лагранжа используется свобод-

ная составляющая движения объекта, описывающая поведение объекта в этом нестабильном начальном состоянии.

Использование моделей (1) и (2) в настоящей задаче обусловлено тем, что они не требуют наличия априорно неизвестной информации, кроме информации о поведении характеристик $h(t)$ и $f(t)$. Эту информацию можно получить при проведении идентификационного эксперимента.

2. Эксперименты

Для идентификации характеристик объекта предлагается использовать метод временных характеристик. Суть метода заключается в следующем:

- Для описания объекта в состоянии покоя на «вход» объекта подается воздействие, достаточно точно аппроксимируемое ступенчатой функцией Хэвисайда $1(t)$. На «выходе» объекта регистрируется его реакция, которая достаточно точно аппроксимирует переходную характеристику объекта $h(t)$. Также существует другой вариант эксперимента, в котором на «вход» объекта подают воздействие в виде δ -функции Дирака. На «выходе» объекта наблюдают подобие импульсной переходной характеристики $h'(t)$.

- Чтобы описать объект в нестабильном состоянии, требуется наличие информации о двух характеристиках объекта $h(t)$ (или $h'(t)$) и $f(t)$. Для этого на «вход» объекта, когда тот находится в интересующем состоянии, прекращают воздействия. Таким образом, на «выходе» объекта наблюдается затухание реакции объекта, которое соответствует свободной составляющей движения объекта $f(t)$. Далее, в момент времени, когда затухающий процесс можно считать прекратившимся, на «вход» объекта воздействуют так, как это описано в предыдущем пункте (в случае с объектом в состоянии покоя) и получают значения второй характеристики.

Данный метод является относительно простым с точки зрения реализации, требует проведения значительно меньшего количества опытов с объектом по сравнению с некоторыми другими непараметрическими методами идентификации, однако имеет и существенные недостатки. Использование тестовых сигналов, которые описываются функциями Хэвисайда и Дирака невозможно на практике, так как обе эти функции являются обобщенными и принимают сингулярные значения. Это означает, что при использовании метода временных характеристик исследователь заранее закладывает погрешность в результаты своего эксперимента, которая вызвана отклонением реального входного сигнала от его «идеального» образа. В стремлении сократить данную погрешность исследователь тоже рискует, так как приближение реального сигнала к сигналу, который описывается сингулярными величинами, может быть губительно. При подаче на «вход» объекта сигнала с достаточно большой амплитудой или скоростью может произойти поломка или даже разрушение самого объекта или его частей. Авторы справочника [1, т. 1, с. 236] называют ещё один недостаток метода: «для получения значительного отклика, резко выделяющегося на фоне неизбежных в реальном объекте шумов, необходима большая величина («амплитуда») кратковременного импульса. В реальных объектах это связано обычно с появлением «нелинейных искажений» (проявлением нелинейностей)». Таким образом, можно сделать вывод, что использование сигналов, которые описываются обобщенными функциями и не реализуемы на практике неэффективно, а иногда даже вредно.

Предлагается использовать идею метода временных характеристик для идентификации объектов, используя гладкие и реализуемые на практике входные сигналы. Для этого можно использовать модели объекта (1) и (2) и определить зависимость характеристик объекта $h(t)$ и $f(t)$ от характеристик $u(t)$ и $x(t)$. Для решения данной задачи предлагается использовать непрерывное преобразование Лапласа.

Преобразуем модель объекта в состоянии покоя (1) при помощи преобразования Лапласа, получим

$$X(p) = pH(p)U(p). \quad (3)$$

Здесь p – переменная преобразования, $X(p)$ – изображение по Лапласу функции $x(t)$, $H(p)$ – изображение по Лапласу функции $h(t)$, $U(p)$ – изображение по Лапласу функции $u(t)$. Выразим из (3) изображение $H(p)$:

$$H(p) = \frac{X(p)}{pU(p)}. \quad (4)$$

На основании выражения (4) можно получить описание поведения переходной характеристики (или импульсной переходной характеристики) объекта в виде зависимости от выходной реакции объекта и определенного тестового входного воздействия (его параметрического описания). Например, для входного сигнала, описывающегося гладкой аппроксимацией функции Хэвисайда:

$$\hat{u}(t) = c_1(1 - e^{c_2 t}), \quad (5)$$

где $\hat{u}(t)$ – приведенный в качестве примера сигнал, c_1, c_2 – параметры сигнала. Изображение по Лапласу данного сигнала описывается выражением

$$U(p) = \frac{-c_1 c_2}{p^2 - c_2 p}, \quad (6)$$

где $U(p)$ – изображение по Лапласу сигнала $\hat{u}(t)$.

Подставив полученное выражение (6) в (4), получим описание поведения изображения переходной характеристики объекта как реакции на сигнал (5):

$$H(p) = \frac{1}{c_1} X(p) - \frac{1}{c_1 c_2} pX(p), \quad (7)$$

здесь $X(p)$ – изображение по Лапласу реакции объекта на воздействие $\hat{u}(t)$.

Во временной области поведение переходной характеристики объекта, соответствующее уравнению (7), записывается следующим образом:

$$h(t) = \frac{1}{c_1} \hat{x}(t) - \frac{1}{c_1 c_2} \frac{d}{dt} \hat{x}(t), \quad (8)$$

где $\hat{x}(t)$ – реакция объекта на воздействие $\hat{u}(t)$.

В результате можно говорить о том, что для идентификации характеристик объекта можно подать на «вход» объекта сигнала $\hat{u}(t)$, зарегистрировать реакцию объекта $\hat{x}(t)$ на этот сигнал и, преобразовав эту реакцию согласно (8), получить описание поведения переходной характеристики объекта.

Аналогично приведенным выше расчетам можно получить описание поведения переходной характеристики объекта (впрочем, как и импульсной переходной характеристики) для любого входного сигнала, который интересует исследовате-

ля. Сигнал может быть реализован на практике с использованием имеющихся средств управления и контроля. Если задача требует учета нестабильного начального состояния объекта, исследователю следует произвести аналогичные расчеты на основе модели (2). В этом случае требуется идентификация пары характеристик $(h(t), f(t))$ и проведение минимум пары экспериментов.

3. Непараметрическая идентификация

В ходе исследования предложенного метода был выявлен один существенный его недостаток, который так же характерен для классического метода временных характеристик. Недостаток данного метода – низкая помехоустойчивость. Использование оператора дифференцирования для оценки характеристик объекта приводит к увеличению уровня случайных помех. Усиление помех тем больше, чем выше степень производной, используемой при расчетах.

Для борьбы с низкой помехоустойчивостью предложенного метода в данной работе предлагается использовать методы непараметрической статистики, и в частности непараметрические оценки регрессии Пристли [2]. Данная оценка, является аппроксимацией непараметрических оценок регрессии Надарая – Ватсона [3] в условиях, когда закон распределения входных возмущений (стимулов) достаточно точно описывается равномерным законом распределения. Непараметрическая оценка регрессии Пристли записывается как

$$y_s(t) = \frac{1}{s \prod_{j=1}^n c_s^j} \sum_{i=1}^s y_i \prod_{j=1}^n H\left(\frac{t^j - t_i^j}{c_s^j}\right). \quad (9)$$

Здесь $y_s(t)$ – непараметрическая оценка Пристли некоторой характеристики $y(t)$; s – объем выборки $\{(y_i, \vec{t}_i)\}$, состоящей из пар значений этой характеристики y_i и значений вектора независимых стимулов \vec{t}_i размерности n , состоящего из компонент t_i^j ; \vec{c}_s – вектор параметров размытости оценки, c_s^j -я компонента которого соответствует j -й компоненте вектора стимулов; $H(\cdot)$ – колоколообразная функция оценки. Параметры c_s^j и функция $H(\cdot)$ из оценки (9) удовлетворяют условиям сходимости [4].

Непараметрические оценки типа (9) позволяют получить описание исследуемой зависимости, сокращая влияние случайных возмущений. Полученные оценки являются гладкими. Степень гладкости оценки напрямую зависит от выбора её параметров $H(\cdot)$ и \vec{c}_s .

Предлагается использовать непараметрические оценки Пристли для описания выходных реакций объекта, а также их производных. Описание производных выходных реакций осуществляется при помощи непараметрических оценок производных. Так, для рассмотренного выше примера, непараметрическая модель переходной функции объекта может быть найдена следующим образом:

$$h_s(t) = \frac{1}{c_1} \hat{x}_s(t) - \frac{1}{c_1 c_2} \frac{d}{dt} \hat{x}_s(t), \quad (10)$$

где $h_s(t)$ – непараметрическая оценка переходной характеристики объекта,

$\hat{x}_s(t)$ – непараметрическая оценка выходной реакции объекта, $\frac{d}{dt}\hat{x}_s(t)$ – производная непараметрической оценки этой реакции:

$$\hat{x}_s(t) = \frac{1}{s \cdot c_s} \sum_{i=1}^s \hat{x}(t_i) H\left(\frac{t-t_i}{c_s}\right); \quad (11)$$

$$\frac{d}{dt}\hat{x}_s(t) = \frac{1}{s \cdot c_s^2} \sum_{i=1}^s \hat{x}(t_i) \dot{H}\left(\frac{t-t_i}{c_s}\right). \quad (12)$$

Здесь $x(t_i)$ – значение выходной реакции объекта в момент времени t_i , $\dot{H}(\cdot)$ – производная колоколообразной функции оценки. Необходимо отметить, что значения оптимальных параметров размытости в оценках (11) и (12) могут не совпадать, поэтому для каждой из этих оценок требуется проводить отдельную процедуру оптимизации параметров.

4. Численный эксперимент

Для иллюстрации предложенного метода был произведен численный эксперимент по идентификации характеристик объекта, описанного дифференциальным уравнением

$$3\ddot{x}(t) + \dot{x}(t) + x(t) = u(t), \quad x(0) = 0, \quad \dot{x}(0) = 0. \quad (13)$$

На «вход» объекта подавался сигнал, который описывается функцией

$$\hat{u}(t) = 1 - e^{-t/4}. \quad (14)$$

В эксперименте на «вход» объекта подается воздействие с аддитивной помехой, величиной 5% относительно полезного входного сигнала. На «выходе» объекта регистрируется реакция объекта на данное воздействие. Прибор контроля в эксперименте имеет погрешность, составляющую 5% относительно полезного выходного сигнала. В результате эксперимента зарегистрировано 1000 значений входных и выходных характеристик объекта, которые представлены на рис. 1 и рис. 2 соответственно.

На рис. 1 и 2 непрерывными линиями изображены истинные входная и выходная характеристики объекта (неизвестные исследователю и приведенные здесь для наглядности), а также значения этих характеристик с аддитивными помехами, изображенные точками.

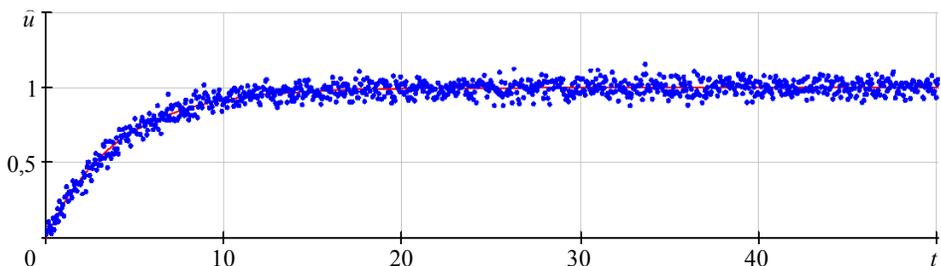
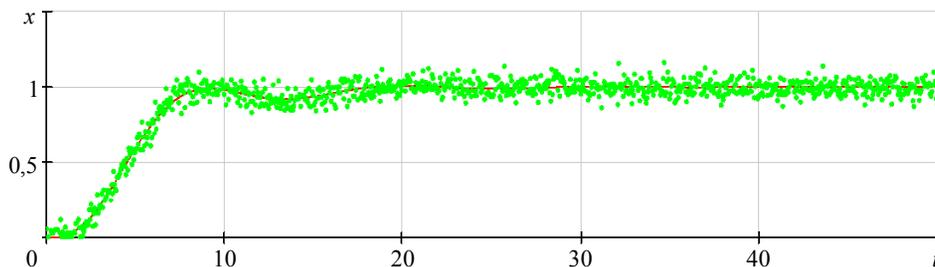
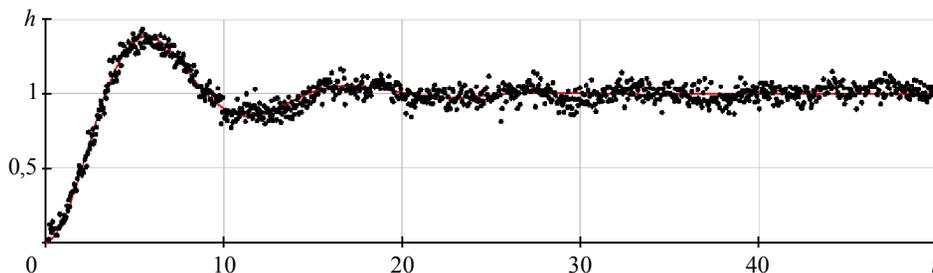


Рис. 1. Выборка значений входной характеристики $\hat{u}(t)$

Рис. 2. Выборка значений выходной характеристики $x(t)$

Далее были преобразованы значения выходной реакции объекта согласно формуле (10), в которой использовались следующие параметры непараметрических оценок: колоколообразная функция $H(t)=[(\cos(\pi \cdot t)+1)/2] \cdot [1(t+1)-1(t-1)]$, параметр размытости оценки выходной реакции $c_s = 0,05$, параметр размытости оценки производной выходной реакции $c_s = 2$. Колоколообразная функция, а также значения параметров размытости были выбраны исходя из наименьшей среднеквадратической ошибки идентификации переходной характеристики. На рис. 3 изображен результат преобразования.

Рис. 3. Выборка значений переходной характеристики $h(t)$

На рис. 3 непрерывной линией изображена переходная характеристика объекта, значения которой требуется найти. Точками на рис.3 изображены значения переходной характеристики объекта, найденные в результате преобразования значений, полученных в эксперименте. Относительная ошибка идентификации в примере составила 5,25 %. Отметим, что ошибка соизмерима с погрешностью приборов контроля.

Полученные результаты, по мнению автора, могут являться удовлетворительными во многих задачах, требующих изучения объектов, относящихся к классу линейных динамических объектов. Такой подход значительно расширяет возможности исследователей для изучения объектов, так как позволяет использовать произвольные сигналы для идентификации объекта. Кроме того, метод позволяет учитывать некоторые неточности, которые возникали при использовании классического метода временных характеристик. Предложенный метод также имеет другие достоинства, которые описаны ниже.

Пассивные эксперименты. В настоящей работе приводится метод, предполагающий возможность непараметрической идентификации стационарных линей-

ных динамических объектов при помощи гладких и реализуемых на практике сигналов. В предыдущем разделе работы приводится пример идентификации переходной характеристики объекта в условиях проведения активного эксперимента. Однако идея предлагаемого метода может быть распространена и на случай пассивного эксперимента, в котором исследователь лишь наблюдает за входными и выходными характеристиками объекта. В данном случае для идентификации объекта исследователю достаточно получить параметрическое описание входных возмущений. Полученное описание будет использоваться при определении преобразований выходных реакций, необходимых для идентификации объекта.

Параметрическое описание входных возмущений может быть получено при помощи параметрических методов построения моделей, в частности метода наименьших квадратов, метода стохастической аппроксимации, методов, использующих эволюционный (генетический) подход, и т.д.

В качестве примера, иллюстрирующего возможности использования метода для идентификации объекта в условиях проведения пассивного эксперимента, рассматривается случай, когда на входе объекта наблюдается сигнал, изображенный на рис. 4. На «выходе» объекта регистрируется реакция на данное воздействие. График реакции также приведен на рис. 4.

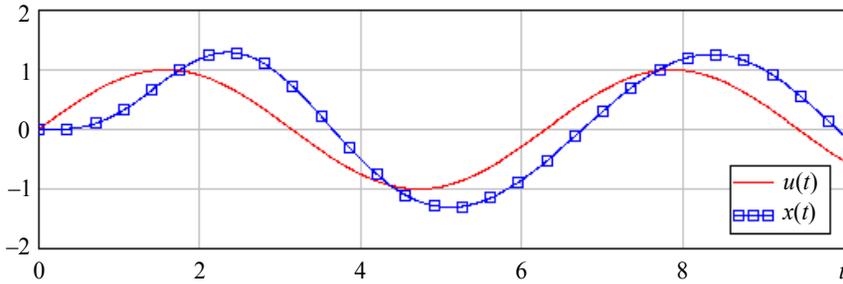


Рис. 4. Наблюдаемые входная $u(t)$ и выходная $x(t)$ характеристики объекта

Поиск параметрической модели входной характеристики объекта было решено производить в классе полиномов вида (15) при помощи метода наименьших квадратов.

$$u_s(t) = \sum_{i=0}^n \alpha_i t^i. \quad (15)$$

Здесь $u_s(t)$ – параметрическая модель «входа» объекта, n – старшая степень полинома – модели «входа» объекта, α_i – компоненты вектора α параметров модели, размерности $n+1$.

На основе наблюдений, полученных в результате пассивного эксперимента с объектом, было принято решение использовать модель со следующими характеристиками: $n=6$, $\alpha=(0,009 \ 0,797 \ 0,501 \ -0,587 \ 0,153 \ -0,015 \ 0,001)^T$, где T – знак транспонирования.

Так, на основе предложенного метода было определено уравнение (16), позволяющее найти значения переходной характеристики объекта по результатам эксперимента.

$$h(t) = 105,57x(t) + \int_0^t x(t-\tau) \left[7,9e^{-3,25\tau} - 8894e^{82,8\tau} + 0,254 \cos(0,175\tau)e^{0,55\tau} - \right. \\ \left. - 0,009 \sin(0,175\tau)e^{0,55\tau} + 0,2e^{0,4\tau} \cos(0,54\tau) - 0,02e^{0,4\tau} \sin(0,54\tau) \right] d\tau. \quad (16)$$

Значения переходной характеристики объекта, восстановленные при помощи (16) изображены на рис. 5. Полученный сигнал незначительно отличается от истинной переходной характеристики объекта и может быть использован исследователем для изучения объекта и формирования гипотез относительно его поведения.

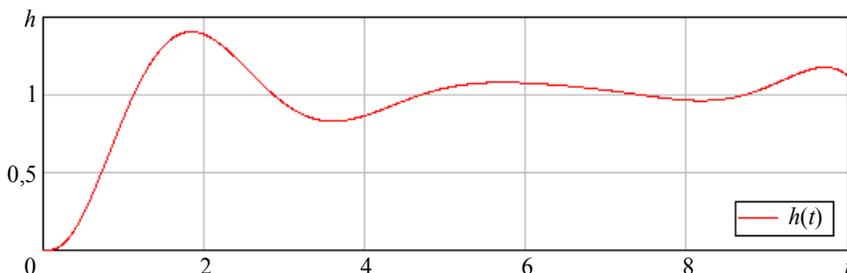


Рис. 6. Результаты идентификации $h(t)$ в условиях пассивного эксперимента

5. Непараметрические модели свертки

Полученные в данной работе результаты позволяют сделать вывод, что идентификация объектов при помощи различных тестовых сигналов с последующим использованием моделей свертки его характеристик является достаточно «гибким» инструментом моделирования. Модели свертки могут быть преобразованы так, чтобы учитывать непосредственно результаты экспериментов, минуя этап идентификации характеристик объекта. Так, для рассмотренного примера исследователь мог бы получить непараметрическую оценку выходной реакции объекта, подставить оценку (10) в модель (1) следующим образом:

$$x_s(t) = \int_{t_0}^t h'_s(t-\tau)u(\tau)d\tau = \int_{t_0}^t \left[\frac{1}{c_1} \frac{d}{dt} \hat{x}_s(t) - \frac{1}{c_1 c_2} \frac{d^2}{dt^2} \hat{x}_s(t) \right] u(\tau) d\tau, \quad (17)$$

где $\frac{d^2}{dt^2} \hat{x}_s(t)$ – непараметрическая оценка второй производной выходной реакции объекта на возмущение (5).

Непараметрические модели свертки, основанные на идентификационных экспериментах, записаны как

$$x_s(t) = \varphi[\hat{x}_1(t)] + \int_{t_0}^t \psi[\hat{x}_2(t)]u(\tau)d\tau, \quad (18)$$

где $\varphi[\cdot]$ – преобразование реакции объекта $\hat{x}_1(t)$ на некоторое возмущение $\hat{u}_1(t)$, соответствующее свободной составляющей движения; $\psi[\cdot]$ – преобразование реакции объекта $\hat{x}_2(t)$ на входное возмущение $\hat{u}_2(t)$, соответствующее импульсной переходной характеристике объекта.

Таким образом, можно говорить об обобщении моделей свертки (18) основанном на экспериментах и носящем прикладной характер. Такие модели могут быть построены на основании результатов активных и пассивных идентификационных экспериментов, минуя этап идентификации характеристик объекта.

Заключение

В заключение отметим, что поставленная в работе задача по идентификации объектов в условиях непараметрической неопределенности решена. К научной новизне проведенной работы можно отнести: описание характеристик объекта, полученное путем воздействия на этот объект гладкими сигналами, а также путем пассивного наблюдения за поведением объекта; предложенные в последнем разделе модели, основанные на результатах идентификации объектов, расширяют класс моделей линейных динамических объектов. Практическая значимость приведенных результатов заключается: в снижении ошибок идентификации за счет исключения погрешностей на этапе экспериментов; повышении помехоустойчивости за счет введения непараметрических оценок регрессии характеристик объекта, а также непараметрических оценок их производных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Красовский А.А. Справочник по теории автоматического управления / под ред. А.А. Красовского. М.: Наука, 1987. 712 с.
2. Priestley M.B., Chao M.T. Nonparametric function fitting // J. Royal Statistical Society. Series B. 1972. P. 385–392.
3. Надарая Э.А. Непараметрические оценки кривой регрессии // Труды ВУ АН ГрССР. Вып. 5. Тбилиси, 1965. С. 55–68.
4. Медведев А.В. Непараметрические системы адаптации. Новосибирск: Наука, 1983. 174 с.

Первушин Владимир Фёдорович

Сибирский государственный аэрокосмический университет

им. акад. М.Ф. Решетнёва

E-mail: pervushin_vf@inbox.ru

Поступила в редакцию 29 апреля 2012 г.

Pervushin Vladimir F. (Siberian state aerospace university named after academician M.F. Reshetnev). **On nonparametric models of linear dynamic objects.**

Keywords: identification, model, convolution, transient.

The problem of identification of stationary linear dynamic objects in a non-parametric uncertainty is considered. One of the classical methods of nonparametric identification of the characteristics of objects is studied. A generalization of this method allowing the identification of the characteristics of objects, with smooth, feasible in practice signals is proposed. The solution to the problem of low noise-immunity of the method is proposed. The method is illustrated by the numerical experiment. The applicability of the method of objects being identified by means of passive experiments is considered. The models based on the results of identification experiments that extend the class of models of stationary linear dynamic objects are proposed.