

МЕХАНИКА

УДК: 539.3, 539.4

Б.В. Бошенятов, Д.Г. Лисин

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛН ТИПА ЦУНАМИ
В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ ЛОТКЕ

Приведены результаты численного моделирования процессов генерации, распространения и взаимодействия с подводной преградой длинных гравитационных волн в гидродинамическом лотке. В качестве математической модели использованы двумерные уравнения Навье – Стокса в приближении несжимаемой жидкости. Результаты численного моделирования соответствуют экспериментальным данным.

Ключевые слова: численное моделирование, уравнения Навье – Стокса, волны цунами, гидродинамический лоток, экспериментальные исследования.

Известно, что волны цунами являются одним из наиболее опасных и разрушительных бедствий, которым подвержено побережье Мирового океана. Вдали от береговой линии эти волны не представляют никакой опасности, так как их высота редко превышает 1 м. Однако длина волны в десятки раз больше глубины океана и, распространяясь в океане как в мелкой воде, волна цунами вовлекает в движение всю толщу воды от поверхности до дна. Поэтому в ней сосредоточена колоссальная энергия, которая со скоростью современного воздушного лайнера может распространяться на огромные расстояния. При входе волны цунами в зону мелководья скорость переднего фронта волны резко уменьшается, а амплитуда волны – увеличивается. В бухтах или устьях рек, из-за ограничения свободного пространства с боков, наблюдаются еще большие увеличения высоты волн, до 20 м и более. Причиной появления волн цунами являются подводные землетрясения, оползни, вулканы и др. практически не предсказуемые причины. Ясно, что проводить систематические научные исследования распространения волн цунами и их взаимодействия с различными препятствиями и сооружениями в натурных условиях не представляется возможным. Поэтому при исследованиях проблем цунами широко используют математические (аналитические и численные) и физические методы моделирования [1].

В работах [2–4] приведены технические характеристики Большого гидродинамического лотка ИПРИМ РАН, предназначенного для моделирования гравитационных волн в воде, даны методики измерений и первые результаты экспериментальных исследований. Показано, что распространение волн типа цунами в гидродинамическом лотке, как и в натурных условиях, с достаточной точностью описывается линейной теорией мелкой воды в невязком приближении. Однако при взаимодействии волн с различными подводными преградами и пузырьковыми завесами в ряде случаев необходимо учитывать нелинейные и вязкие эффекты. Настоящая работа посвящена созданию и апробации (путем сравнения с экспери-

ментами) численного метода моделирования волновых процессов в гидродинамическом лотке в наиболее общей постановке: с учетом нестационарных, нелинейных и вязких эффектов для двухфазных сред.

1. Основные уравнения и численный метод

Рассматривается нестационарная задача о течении вязкой несжимаемой жидкости со свободной поверхностью раздела в канале переменного сечения. Течение в лотке считается двумерным, т.е. геометрия лотка имеет бесконечную длину в z -направлении, ось x направлена вдоль лотка, а ось y – вертикально вверх.

Числа Рейнольдса течений жидкости в гидродинамическом лотке могут достигать значений порядка 10^4 , однако в наших расчетах модели турбулентности не используются. Обоснованием такого подхода служит тот факт, что эксперименты в каналах прямоугольного сечения [5] свидетельствуют о достаточно высоких числах Рейнольдса перехода в турбулентное состояние $Re^* = \rho UH/\eta$, где ρ , η , U – плотность, коэффициент динамической вязкости и скорость жидкости соответственно, H – высота канала. При этом величина Re^* увеличивается с уменьшением расстояния от входа в канал. Так, при $x/H = 60$ начало перехода в турбулентное состояние соответствует значению $Re_1^* = 8 \cdot 10^3$, а конец перехода – $Re_2^* = 1,8 \cdot 10^4$. Кроме того, известно, что с уменьшением начальных возмущений в потоке число Рейнольдса перехода также увеличивается. В нашем случае (при длине волны $\lambda \approx 3$ м и $H \approx 0,1$ м) величина $x/H \leq 30$, а начальные возмущения перед волной близки к нулю.

Таким образом, течение жидкости в лотке описывается уравнениями Навье – Стокса (1,3), которые решаются численным методом конечных объемов при использовании модели VOF (Volume of Fluid) [6] совместно с уравнением сохранения скалярной величины γ :

$$\nabla U = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} + \nabla(U\gamma) = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial t} + U\nabla(\rho U) = -\nabla p + \eta \nabla^2 U + \rho g - \rho F_\sigma, \quad (3)$$

где p – давление, $g = 9,81$ м/с² – ускорение силы тяжести, γ – объемная концентрация несущей жидкости в расчетной ячейке. Значение скалярной функции γ в ячейке может обозначать одно из трех состояний: $\gamma = 0$ – ячейка содержит только воздух; $\gamma = 1$ – ячейка содержит только воду; $0 < \gamma < 1$ – ячейка содержит границу раздела между жидкостью и газом. Таким образом, в нашем случае, γ является индикатором межфазных поверхностей и свободной поверхности жидкости. Физические свойства среды рассчитываются как средневзвешенные величины в соответствии с объемными концентрациями фаз в каждой ячейке. Средневзвешенная плотность в ячейке рассчитывается как $\rho = \gamma \rho_1 + (1-\gamma)\rho_2$, где ρ_1 – плотность несущей жидкости, ρ_2 – плотность воздуха; соответственно вязкость $\eta = \gamma \eta_1 + (1-\gamma)\eta_2$. F_σ – сила, обусловленная поверхностным натяжением: $F_\sigma = \sigma \cdot k \nabla \gamma$, где $\sigma = 72,8$ Н/м – коэффициент поверхностного натяжения вода –

воздух; $k = \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \gamma}{|\nabla \gamma|} \right) = \nabla n$.

Расчетная область, в соответствии с начальным состоянием уровней воды в лотке и в кессонном генераторе (см. рис. 1), включает в себя две подобласти: нижняя подобласть заполнена водой, имеющей заданную начальную конфигурацию поверхности раздела; верхняя – воздухом. В расчетной области могут устанавливаться различные (подвижные и неподвижные) преграды, макеты сооружений и пр. При $t = 0$ под действием силы тяжести начинается волновое движение, которое необходимо рассчитать.

Граничные условия на жестких стенках канала (и стенках жестких преград) устанавливаются следующими:

$$\begin{aligned}U &= 0; \\ \mathbf{n} \cdot \nabla \gamma &= 0.\end{aligned}\tag{4}$$

Условия на верхней границе расчетной области устанавливаются в соответствии с технологией вычислительного алгоритма пакета OpenFOAM [7]. Открытый под лицензией GNU пакет OpenFOAM представляет собой набор написанных на C++ библиотек и макросов с открытым кодом и, по сути, является своеобразным языком программирования и удобным инструментом для численного моделирования физических процессов механики сплошных сред.

Расчеты проводились на квадратных сетках с размером стороны 2 мм. Длина расчетной области составляла 15 м; высота: 0,2 м и 0,4 м. Аппроксимационная сходимость подтверждалась совпадением $(x - t)$ -диаграмм и профилей волны, полученных на исходной сетке и на сетке в четыре раза более грубой. Шаг по времени был нефиксированным и рассчитывался автоматически из условия, что число Куранта для уравнения переноса (2) не должно превосходить 0,6. Результаты расчетов записывались через каждые 0,1 с, а в случае необходимости – через 0,01 с.

В качестве вычислительного комплекса использовалась 8-ядерная (2 процессора Intel Xeon 2,16 ГГц по 4 ядра) рабочая станция с 64-разрядной архитектурой. Распараллеливание вычислительного процесса проводилось разделением расчетной области поперёк направления распространения волны на 8 приблизительно равных (по количеству ячеек) частей. Для реализации параллельного вычисления использовался интерфейс OpenMPI. Для визуализации результатов вычисления использовалась программа ParaView.

Оценка точности и достоверности численных результатов проводилась сопоставлением расчетов с экспериментальными данными, полученными в идентичных условиях.

2. Результаты численного моделирования и сравнение с экспериментом

2.1. Условия экспериментов и численного моделирования

Большой гидродинамический лоток ИПРИМ РАН (БГЛ) имеет следующие габаритные размеры: длина – 15 м, ширина – 0,26 м, высота – 0,4 м. Эксперименты и численное моделирование волновых процессов в лотке проводились при следующих параметрах:

- Начальная глубина воды в лотке (до откачки воздуха из генератора волны) H_0 изменялась от 100 до 103 мм.

- Длина волны $\lambda \approx 3$ м, усредненная амплитуда падающих волн A в различных экспериментах составляла от 4,5 до 15 мм.

Для регистрации волновых процессов в лотке используются резистивные датчики уровня воды, 10-канальная измерительная аппаратура [3], четырехканальный цифровой осциллограф и двухканальный регистратор Velleman PCS 500. Установка оснащена скоростной цифровой видеокамерой Photron FASTCAM SA4 500K, скорость съемки до 3600 кадр./с при полном разрешении 1024×1024 пс.

Резистивными датчиками, которые располагались на различных расстояниях от генератора волны, измерялось смещение свободной поверхности воды в зависимости от времени $\xi_n(t)$. Это позволило построить волновые $(x - t)$ -диаграммы для каждого эксперимента, определить скорости всех волн, а также, при взаимодействии с преградами, амплитудные коэффициенты отражения волн $R = A_R/A$, где A и A_R – усредненные амплитуды падающей и отраженной волн соответственно.

2.2. Генерация волны

В отличие от широко распространенного способа генерации волн при помощи различных подвижных механизмов, например вертикальным движением дна [1] или движением наклонной стенки генератора волны [8, 9], генератор волны в гидродинамическом лотке ИПРИМ РАН не имеет подвижных элементов. Способ генерации гравитационной волны в БГЛ основан на явлении распада произвольного разрыва уровней воды в лотке и в генераторе волны, который задается в начальный момент времени. Данный способ технически реализован в генераторе волны кессонного типа (рис. 1), который представляет собой отсек лотка (длиной $a = 1465$ мм) с герметичной верхней крышкой (1) и передней стенкой (2), которая в рабочем состоянии погружена в воду. В верхней крышке генератора волны расположен патрубок (3) для откачки или наполнения воздухом верхнего объема генератора. Нижняя часть объема генератора, высотой 90 мм, сообщается с рабочим объемом лотка. Перед работой лоток заполняется водой до уровня $H_0 > 90$ мм. Затем, через патрубок (3), из верхней части генератора откачивается воздух, в результате чего устанавливается заданный перепад уровней воды η_0 : в генераторе ($H + \eta_0$) и уровня воды в рабочей части лотка H . После разгерметизации (при $t = 0$) верхней части объема генератора, в рабочей части лотка формируется волна длиной $\lambda \approx 2a$ и амплитудой $A \approx \eta_0/2$.

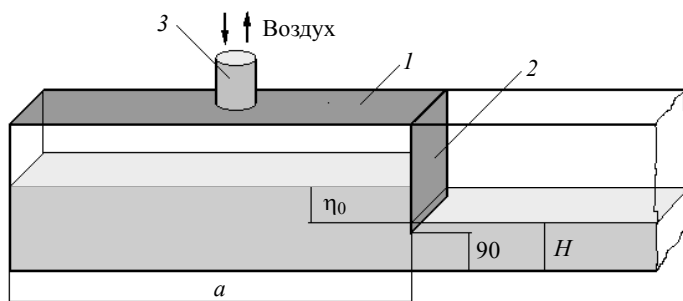


Рис. 1. Схематический чертёж генератора волны кессонного типа

Генератор волны, у которого в момент времени $t = 0$ мгновенно убирается передняя стенка, будем называть идеальным. Работа идеального и реального (кессонного) генераторов сравнивалась путем численного моделирования. На расстоянии $x > a$ от передней стенки генератора, расчетные профили гравитационной

волны $\xi(t)$ идеального и кессонного генераторов практически совпадали друг с другом.

На рис. 2 приведены результаты численного моделирования волнового процесса в БГЛ при образовании волны типа цунами идеальным генератором. При $t = 0$, т.е. в момент мгновенного удаления передней стенки, дано начальное распределение уровней воды в генераторе волны ($x < 1,465$ м) и в лотке. Внизу (под белой горизонтальной линией) дан масштаб продольной скорости U . Видно, что при $t = 0$ скорости в генераторе волны и лотке равны нулю. При $t = 0,7$ с видны две волны, которые распространяются в разные стороны от начального разрыва уровней воды. Вверху, над белой горизонтальной линией, приведены профили уровней воды в этих волнах, внизу – продольные скорости. Далее, при $t = 2,0$ с наблюдаем отражение волны, которая распространялась влево, от задней стенки ($x = 0$) генератора. В момент времени $t = 3,3$ с гравитационная волна, которая распространяется в сторону увеличения координаты x , почти полностью сформировалась. Скорость жидкости в лотке перед волной и за волной равна нулю.

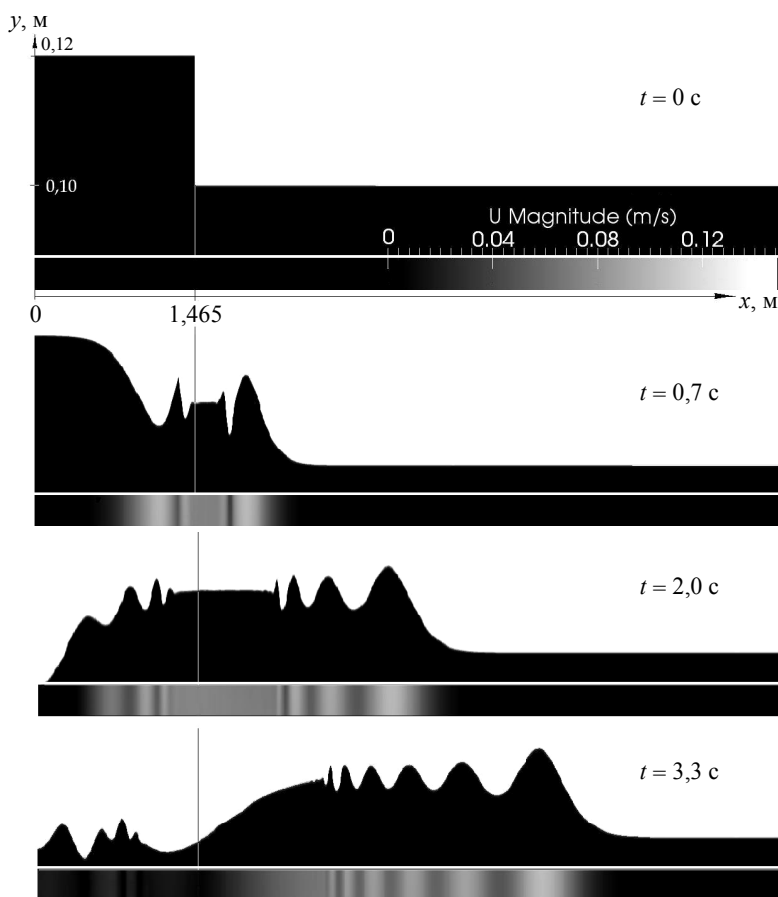


Рис. 2. Численное моделирование процесса формирования волны типа цунами идеальным генератором. Величина параметра нелинейности в данном численном эксперименте составляет $A/H = 0,1$

На рис. 3 дано сравнение экспериментальной осциллограммы высоты волны от времени $\xi(t)$, измеренной датчиком уровня на расстоянии 1,5 м от передней стенки генератора волны, с расчетной зависимостью для идеального генератора (черная линия) при идентичных начальных условиях: $H = 0,102$ м; $\eta_0 = 0,015$ м. Видно, что уже на расстоянии $x = a \approx \lambda/2$ экспериментальная зависимость практически совпадает с расчетной зависимостью для идеального генератора, далее (при $x > a$) совпадение еще лучше.

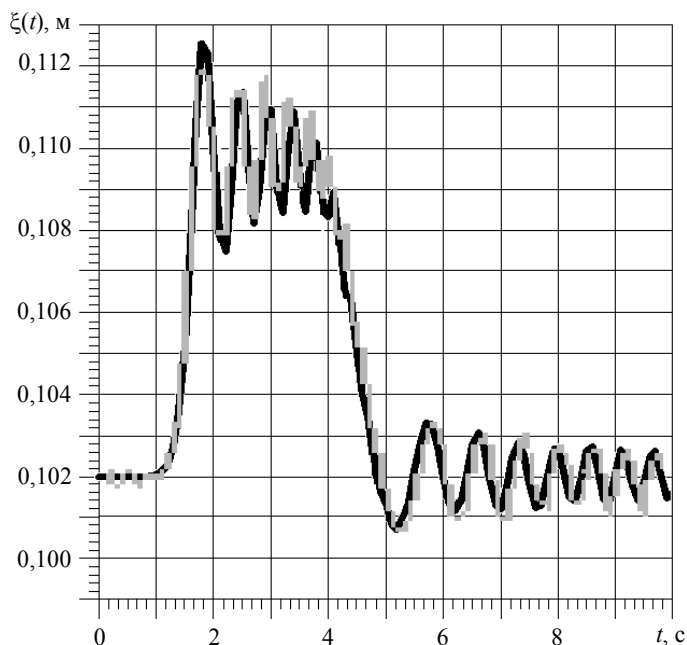


Рис. 3. Сравнение экспериментальной зависимости высоты волны от времени $\xi(t)$ (серая линия) с численным расчетом для идеального генератора (черная линия) на расстоянии 1,5 м от передней стенки генератора волны.

2.3. Распространение волн

На рис. 4 представлена характерная $(x - t)$ -диаграмма гравитационных волн типа цунами, распространяющихся в лотке. Внизу (под диаграммой) дан схематический чертёж лотка и места (1–4) расположения датчиков в том же масштабе по координате x . Параметры эксперимента: $\eta_0 = 15$ мм, $H = 102$ мм. Видно, что скорости падающей и отраженных волн равны $c = 1000$ мм/с = const и соответствуют скорости, вычисленной по линейной теории мелкой воды $c = \sqrt{gH}$ для глубины лотка $H = 0,102$ м. Параметр нелинейности, вычисленный по средней высоте падающей волны, равен $A/H = 0,074$. Скорости распространяющихся в лотке волн (сплошная и пунктирная линии), полученные с использованием программы численного моделирования на основе полных уравнений Навье – Стокса, практически совпали с экспериментально измеренными величинами.

Линии соответствуют результатам численного моделирования, точки – эксперименту. Черные линии – передний фронт волны, пунктирные – задняя кромка

волны. Под диаграммой представлен схематический чертеж лотка: Γ – генератор волны, B – отражающий (береговой) склон, 1–4 – места расположения датчиков уровня волны.

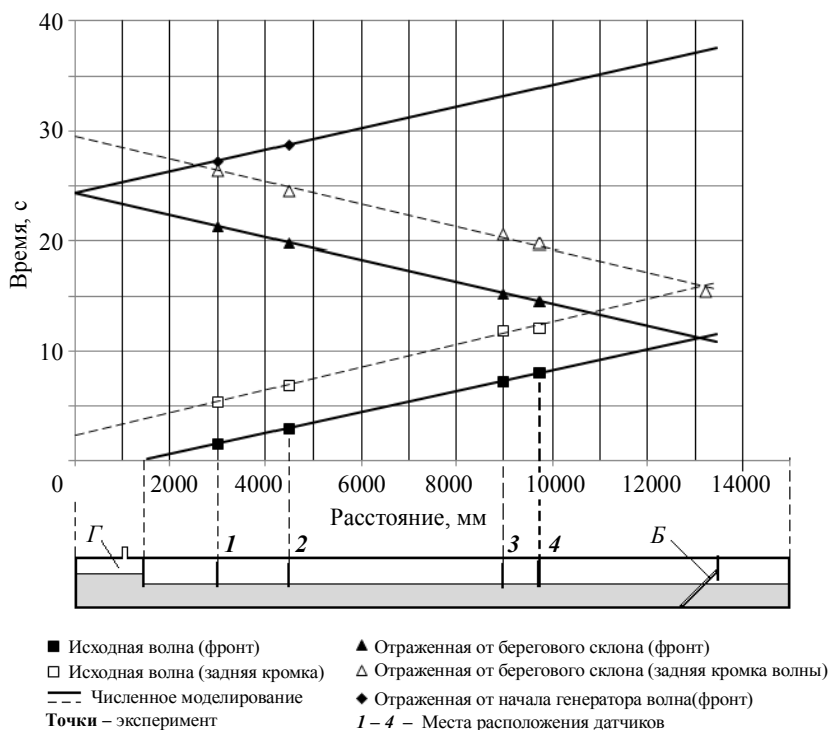


Рис. 4. Диаграмма $(x - t)$ гравитационных волн типа цунами, распространяющихся в гидродинамическом лотке при следующих начальных параметрах: $\eta_0 = 15$ мм, $H = 102$ мм, $A/H = 0,074$

На рис. 5 дано сравнение экспериментальной зависимости безразмерной скорости волны от параметра нелинейности A/H [4] с численным моделированием на основе полных уравнений Навье – Стокса. Там же приведены теоретические зависимости: пунктирной линией – зависимость, рассчитанная на основе линейной теории мелкой воды, а штрихпунктирной линией – по нелинейной теории мелкой воды. Видно, что результаты численного моделирования (сплошная линия) лучше всего соответствуют экспериментальным данным. Нелинейная теория мелкой воды качественно правильно описывает процесс увеличения скорости волны с ростом параметра нелинейности, но дает завышенный результат. Линейная теория мелкой воды дает совпадение с экспериментом лишь при значениях $A/H \leq 0,1$.

2.4. Взаимодействие волн с непроницаемыми подводными преградами

В данном разделе приведены результаты исследования взаимодействия волн с непроницаемыми подводными преградами двух типов (рис. 6) при малой величине параметра нелинейности $A/H \leq 0,1$, т.е. исследовались волны малой амплитуды.

ды, когда распространение волн в канале постоянного сечения с достаточной точностью (см. рис. 5) описывается линейной теорией. Дано сравнение результатов численного моделирования с соответствующими экспериментальными исследованиями [4].

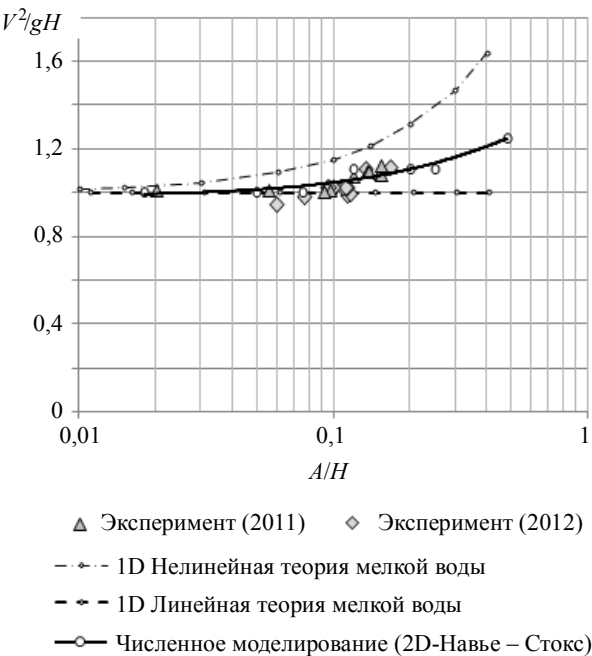


Рис. 5. Зависимость скорости длинных гравитационных волн в гидродинамическом лотке от параметра нелинейности A/H

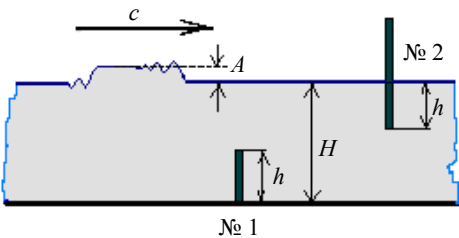


Рис. 6. Схематический чертеж исследуемых преград № 1 и № 2

На рис. 7 приведены экспериментальные зависимости амплитудного коэффициента отражения R волн типа цунами от параметра преграды h/H (где h – затопленная высота преграды) при значениях параметра нелинейности $A/H < 0,1$ (светлые точки). Там же, для сравнения, даны результаты экспериментов [4, 9] при относительно больших значениях параметра нелинейности $A/H \geq 0,15$ (темные точки). Пунктирной линией, показан аналитический расчет по линейной одномерной теории [1].

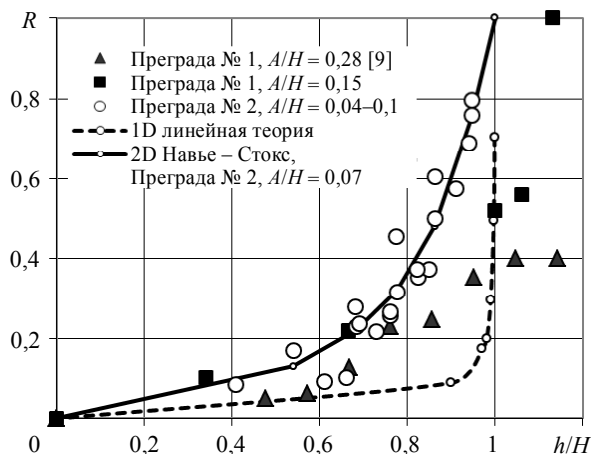


Рис. 7. Зависимость амплитудного коэффициента отражения волны типа цунами для подводных непроницаемых преград от параметра преграды h/H и параметра нелинейности A/H

Видно, что линейная теория дает результаты, близкие к экспериментальным данным, лишь при малых значениях параметра преграды h/H . С другой стороны, численный расчет на основе полных уравнений Навье – Стокса дает хорошее совпадение с соответствующими экспериментами во всем диапазоне изменения параметра $0 < h/H < 1$. Эксперименты при значениях параметра нелинейности A/H в диапазоне от 0,04 до 0,1 в координатах $R = f(h/H)$ обобщаются единой кривой, коэффициент отражения волн не зависит от амплитуды падающей на преграду волны.

Из рис. 7 также видно, что при значениях параметра нелинейности $A/H \geq 0,15$ (0,15 и 0,28) коэффициент отражения волн зависит от амплитуды волны и в этих случаях необходимо учитывать нелинейные эффекты.

2.5. Трансформация сильно нелинейной волны при взаимодействии с мелководьем

Проблема описания динамики длинных гравитационных волн при распространении в мелкой воде прибрежной полосы с затоплением береговой зоны является одной из самых сложных проблем волн цунами. Это связано с необходимостью решения нестационарной задачи, а также с необходимостью учета нелинейных и вязких эффектов, т.е. в этом случае надо решать уравнения динамики в наиболее общей постановке. На рис. 8. дается сравнение результатов экспериментальных исследований трансформации сильно нелинейной волны типа цунами, при её распространении в прибрежной зоне с малым уклоном дна, с численным моделированием этих процессов в гидродинамическом лотке на основе полных уравнений Навье – Стокса. На рис. 8, а в координатах $x - y$ (с соблюдением масштаба) показан профиль мелководной части дна (шельфа) и профиль волны в момент времени $t = 8,3$ с от начала генерации волны в БГЛ, полученный в результате численного моделирования. Пунктирной линией показан начальный уровень воды в лотке в момент генерации волны, при $t = 0$ с. А на рис. 8, с приведен соответствующий

этому времени кадр, полученный в результате скоростной киносъемки процесса. Поле зрения скоростной цифровой камеры показано белым прямоугольником. На рис. 8, *b* и 8, *d* дано сравнение результатов численного расчета формы волны с экспериментом в момент времени $t = 8,4$ с. Из рис. 8 видно очень хорошее совпадение результатов численного моделирования с экспериментом.

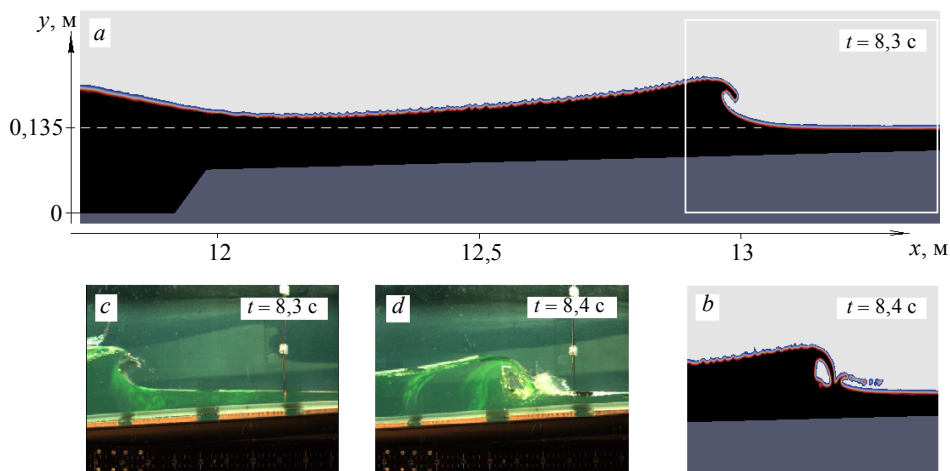


Рис. 8. Обрушение волны типа цунами при взаимодействии с пологим береговым склоном. Сравнение результатов численного моделирования при t , с: *a* – 8,3 и *b* – 8,4 с экспериментом – *c* – 8,3 и *d* – 8,4

Выводы

Результаты численного моделирования двумерных волновых процессов в гидродинамическом лотке ИПРИМ РАН (генерация и распространение волн типа цунами, а также их взаимодействие с непроницаемыми подводными преградами и пологим береговым склоном) на основе полных уравнений Навье – Стокса показали хорошее согласование численных расчетов с соответствующими экспериментальными данными. Таким образом, предложенная математическая модель и её программная реализация могут быть использованы для комплексного (экспериментального и численного) исследования проблем волн цунами в лабораторных условиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Левин Б.В., Носов М.А. Физика цунами и родственных явлений в океане. Научное издание. М.: Янус К, 2005. 360 с.
2. Бошенятов Б.В., Попов В.В., Левин Ю.К. и др. Моделирование волн типа цунами в лабораторных условиях // Сб. трудов Всероссийской конференции «Механика композиционных материалов и конструкций структурно-сложных и гетерогенных сред», ИПРИМ РАН. М.: Альянстрасатом, 2010. С. 51–60.
3. Бошенятов Б.В., Левин Ю.К., Попов В.В., Семянистый А.В. Метод измерения волн малой амплитуды на водной поверхности // ПТЭ. 2011. № 2. С. 116–117.
4. Бошенятов Б.В., Попов В.В. Экспериментальные исследования взаимодействия волн типа цунами с подводными преградами // Известия высших учебных заведений. Физика. 2012. Т. 55. № 9/3. С. 145–150.

5. Кутателадзе С.С., Миронов Б.П., Накоряков В.Е., Хабахнашева Е.М. Экспериментальные исследования пристенных турбулентных течений. Новосибирск: Наука, 1975. 166 с.
6. Hirt C.W., Nichols B.D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free Boundaries // J. Comp. Phys. 1981. V. 39. P. 201.
7. <http://openfoam.org/>
8. Shih-Chun Hsiao, Ting-Chieh Lin. Tsunami-like solitary waves impinging and overtopping an impermeable seawall: Experiment and RANS modeling // Coastal Engineering. 2010. V. 57. Is.1. P. 1–18.
9. Фридман А.Н., Альперович Л.С., Шемер Л. и др. О подавлении волн цунами подводными барьерами // УФН. 2010. Т. 180. № 8. С. 843–850.

Статья поступила 15.09.2013 г.

Boshenyatov B.V., Lisin D.G. NUMERICAL SIMULATION OF TSUNAMI TYPE WAVES IN A HYDRODYNAMIC CHANNEL. Results of numerical simulation of generation and propagation of long gravitation waves, as well as their interaction with underwater obstacles in a hydrodynamic channel are presented. As a mathematical model, the two-dimensional Navier – Stokes equations in the incompressible liquid approximation are used. Results of the numerical simulation agree with experimental data.

Keywords: numerical simulation, Navier – Stokes equations, tsunami waves, hydrodynamic channel, experimental investigations.

BOSHENYATOV BorisVladimirovich (Institute of Applied Mechanics RAS)
E-mail: bosbosh@mail.ru

LISIN Dmitry Gennadievich (Institute of Applied Mechanics RAS)
E-mail: 4lsdima@gmail.com