

УДК 519.711.3

М.С. Бухтяк, А.В. Никульчиков

**ПОЛЯ НА ПОВЕРХНОСТЯХ, НАХОДЯЩИХСЯ
В ТОЧЕЧНОМ СООТВЕТСТВИИ**

Продолжено исследование по моделированию сотовых панелей. В основе модели – точечное соответствие пары поверхностей и описание инвариантов, сопровождающих указанную геометрическую конструкцию и относимых (большой частью) к «внешней геометрии поверхностей». Введено понятие совместных кривизн поверхностей, находящихся в точечном соответствии. Отмечены как скалярные, так и связанные с ними векторные поля, порождаемые соответствием поверхностей.

Ключевые слова: пара поверхностей, точечное соответствие, локальная метрика, первая квадратичная форма, вторая квадратичная форма, совместные кривизны.

В предшествующей статье [1] в основу моделирования деформации сотовой панели положено отношение метрических дифференциальных форм двух поверхностей, находящихся в локальном точечном соответствии. Инвариантные величины – экстремальные значения указанного отношения (в [1] выпала ссылка на всем хорошо известную монографию Вениамина Федоровича Кагана [2, с. 117–118], в связи с чем приносим глубочайшие извинения внимательным читателям). В предлагаемой работе рассмотрены величины, традиционно относимые к «внешней» геометрии поверхностей, а именно, инварианты, находящие истолкование в привлечении вторых квадратичных форм поверхностей.

Вообще понятие математической модели процесса или явления предполагает приближенное описание какого-либо класса явлений внешнего мира, а также прогнозирования и управления [3, 7] (рис. 1).

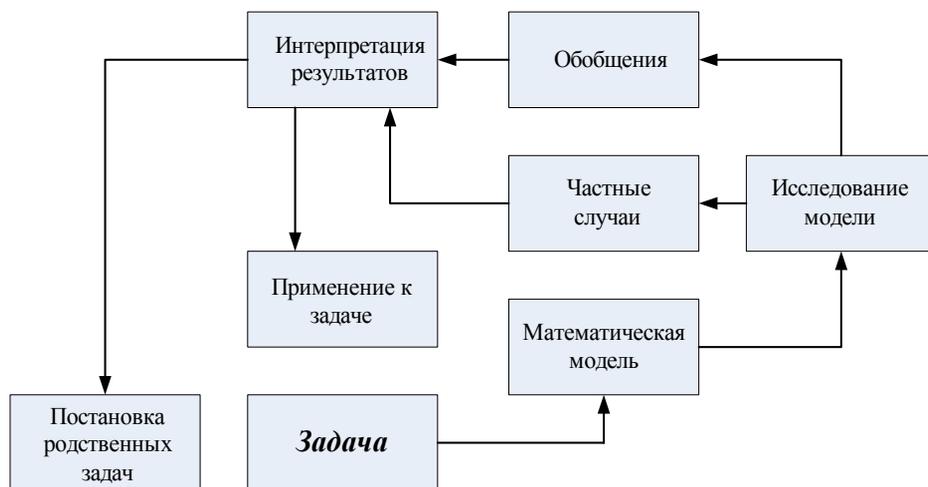


Рис. 1. Примерная схема использования математических моделей

1.0. Обоснования постановки задачи

Рассматривая общие принципы формирования тела с сотовым наполнителем, необходимо расширить постановку задачи. В самом деле, если иметь в виду только свойства, характерные для упомянутых устройств, то область значений получаемых результатов неизбежно сжимается, их невозможно прилагать к ситуациям, не буквально копирующим те, что положены в основу, но претендующим на сходство в существенных чертах. Достаточно ознакомиться с некоторыми конструкциями, основанными на сотовом заполнении, как становится ясным многообразие черт, слишком большое, чтобы подогнуть его под одну модель.

Все большее распространение получают параболические антенны, способ изготовления которых основан на обмазывании параболической болванки несколькими слоями специфической смеси эпоксидной смолы и углепластика с должным выдерживанием в тепловом режиме – в расчете на то, что итоговая форма точно воспроизведёт исходную поверхность. Исследование указанных конструкций, опираясь только на свойства сотовой панели как таковой, вряд ли эффективно, поскольку неизбежно наличие системы швов в местах стыков отдельных искривленных кусков сотовых панелей и влияние швов может оказаться весомым.

У сотовых панелей есть весьма надежная ниша в самолетостроении, судостроении, других отраслях промышленности. В частности, в строительстве широко

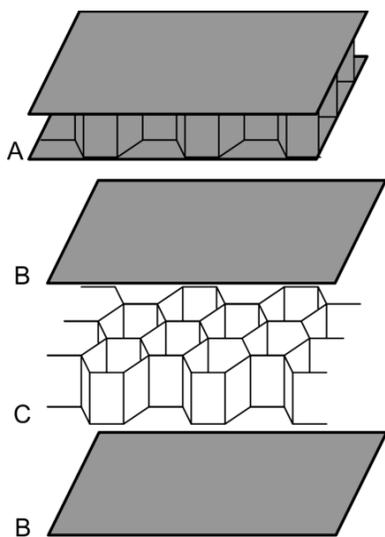


Рис. 2. Трехслойная сэндвич-панель. А – панель в сборе, В – лицевые поверхности, С – наполнитель

применяются конструкции с наполнителем. Впервые появившиеся в 30-х годах XX века панели с сотовым наполнителем получили большое распространение только в 50-х годах с разработкой трехслойной сэндвич-панели (рис. 2).

Опыт эксплуатации и различные исследования (к примеру, [4, 5]) позволили выявить основные преимущества подобных панелей. Конструкции с наполнителем при относительно небольшой массе обладают высокими характеристиками прочности и жесткости. Несущие слои, подкрепленные наполнителем, испытывают высокие напряжения сжатия, превышающие предел упругости материала. Вследствие уменьшения числа стыков и опорных элементов сокращается трудоемкость разработки чертежей и изготовления. Также конструкции с наполнителем обладают хорошими вибрационными и радиотехническими характеристиками, звуко- и теплоизоляционными свойствами.

1.1. Применение конструкций с наполнителем в летательных аппаратах

Конструкции с наполнителем, особенно с сотовым (схематичный вид на рис. 2), применяются в самолетах различных классов и назначения независимо от компоновочно-конструктивной схемы. Площадь поверхности таких конструкций в плане самолета достаточно велика, а относительная масса конструкций с со-

товым наполнителем $\bar{m}_{к.з}$, как видно из диаграммы на рис. 3 [6], составляет большую долю массы конструкции планера самолета.

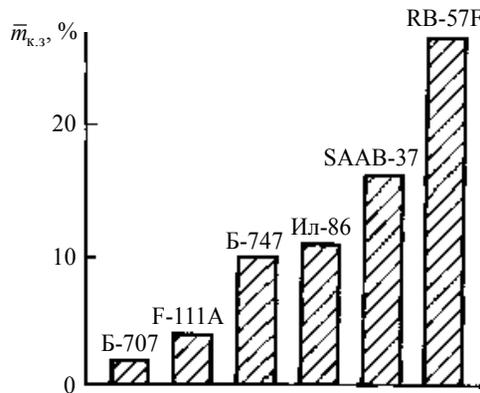


Рис. 3. Относительная масса конструкций с наполнителем в планере самолетов

Конструкции с наполнителем применяют в качестве силовых элементов в крыле, фюзеляже, оперении (обшивка, лонжероны, шпангоуты, нервюры, стенки), особенно в агрегатах, воспринимающих местную нагрузку (закрылки, элероны, щитки, рули, различные обтекатели) и поперечную распределенную нагрузку (полы грузовой и пассажирской кабины, каналы воздухозаборника), а также в качестве несилевых элементов (детали интерьера, элементы крепления оборудования) (рис. 4).

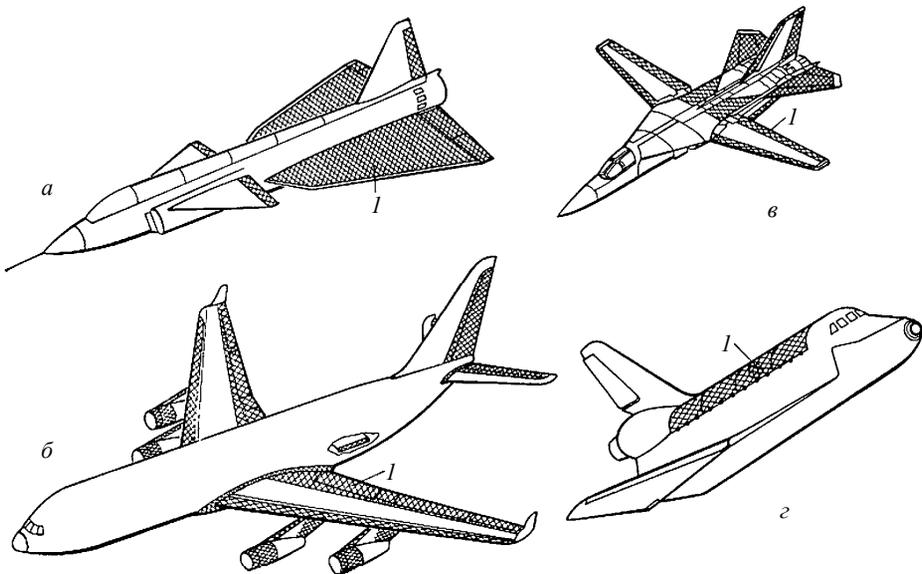


Рис. 4. Применение конструкций с наполнителем [6]: а – истребитель-перехватчик SAAB-37 «Вигген»; б – истребитель-бомбардировщик F-111A; в – пассажирский самолет ИЛ-96-300; г – космический корабль «Спейс Шаттл»; 1 – клееные конструкции с сотовым наполнителем

1.2. Применение конструкций с наполнителем в строительстве

Конструкции с наполнителем применяют в строительстве зданий как в качестве ограждающих, так и в качестве несущих конструкций (стены, перегородки, перекрытия, полы и др.). Несущие слои выполняют из различных металлических материалов, стеклопластиков, асбестоцемента, фанеры, гипсовой штукатурки и др. Наполнитель изготавливают из крафт-бумаги, картона, тканей, пропитанных смолами.

Применение конструкций с древесно-бумажным сотовым наполнителем особенно эффективно в малоэтажном строительстве. По сравнению с типовыми зданиями из конструкций с наполнителем в 1,4–1,5 раза дешевле; в 2–3 раза меньше удельная трудоемкость их строительства; в 3–4 раза сокращается расход древесины и в 2–3 раза уменьшается масса основных сборных элементов здания.

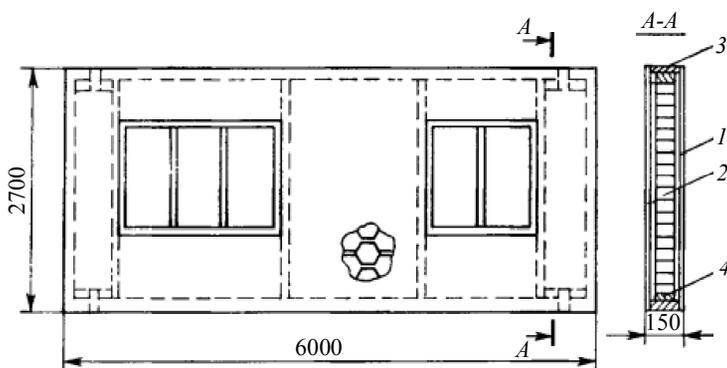


Рис. 5. Конструкция пятислойной стеновой панели [6]: 1 – асбестоцементные несущие слои; 2 – древесно-бумажный сотовый наполнитель; 3 – обрамление из дерева; 4 – закладные детали для крепления панели

1.3. Применение конструкций с наполнителем в судостроении

Конструкции с наполнителем применяют на судах различных классов и типов. На рис. 6 показано типовое сечение тральщика (США), построенного из конструкций с сотовым наполнителем.

Корпус минного тральщика изготовлен из трехслойных, пропитанных полиэфирными смолами панелей (несущие слои из стеклоткани имеют толщину 3,2 и 4,9 мм). Сотовый наполнитель из хлопчатобумажной ткани толщиной 44,4 мм, размер ячейки 4,9 мм, плотность – 75 кг/м³.

Широко применены панели со сплошным наполнителем из пенопласта и несущих слоев из стеклопластика в поперечном наборе конструкции судов на воздушной подушке фирмы «Ховермерин». Полы пассажирского салона изготовлены из трехслойных панелей (наполнитель из алюминиевой фольги, несущие слои – из стеклопластика). На научно-исследовательском судне «Владимир Комаров» сферические укрытия для радиолокационных антенн были изготовлены из трехслойных конструкций (сотовый наполнитель из хлопчатобумажной ткани толщиной 8,7 мм, несущие слои из стеклоткани). Диаметр сферы от 12 до 18 м.

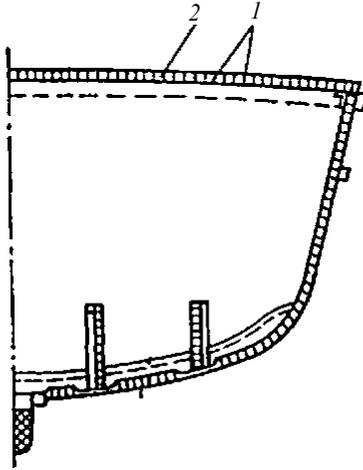


Рис. 6. Мидель-шпангоут тралщика MSB-23 [5]:
1 – несущие слои из стеклоткани; 2 – сотовый наполнитель
из хлопчатобумажной ткани

Таким образом, разнообразное применение сотовых панелей в различных ситуациях (они приведены здесь далеко не все) свидетельствует о том что нет смысла строить «всеобщую теорию» сотовых панелей. Однако интересно исследовать согласованные деформации двух ограничивающих плит, связанных общим сотовым наполнителем. В этой связи возникают две значимые задачи описания фактов, связанных с сотовыми панелями.

2. Скалярные поля

Именно, пусть мы имеем дело с параметризованными поверхностями

$$\Sigma_1 : \mathbf{R} = \mathbf{r}_1(u, v), \quad \Sigma_2 : \mathbf{R} = \mathbf{r}_2(u, v) \quad (1)$$

класса гладкости не ниже второго. Точки $\mathbf{M}_1 = \mathbf{r}_1(u, v)$ и $\mathbf{M}_2 = \mathbf{r}_2(u, v)$ являются соответствующими. Соответствие поверхностей, обусловленное параметризацией, общей для них, будем называть (u, v) -соответствием. Для первых квадратичных форм [10] наших поверхностей примем обозначения ds_1^2 и ds_2^2 соответственно. Тогда

$$\begin{aligned} ds_1^2 &= (d\mathbf{r}_1, d\mathbf{r}_1) = E_1 du^2 + 2F_1 dudv + G_1 dv^2, \\ ds_2^2 &= (d\mathbf{r}_2, d\mathbf{r}_2) = E_2 du^2 + 2F_2 dudv + G_2 dv^2. \end{aligned} \quad (2)$$

Вторые квадратичные формы [10] соответственно имеют вид

$$\begin{aligned} dh_1^2 &\equiv (d^2 \mathbf{r}_1, \mathbf{n}_1) = L_1 du^2 + 2M_1 dudv + N_1 dv^2, \\ dh_2^2 &\equiv (d^2 \mathbf{r}_2, \mathbf{n}_2) = L_2 du^2 + 2M_2 dudv + N_2 dv^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$ суть единичные нормальные векторы поверхностей Σ_1 и Σ_2 .

Для поверхностей, находящихся в (u, v) -соответствии, введем следующие величины.

Определение. Совместными кривизнами нормальных сечений поверхностей (1) будем называть следующие отношения:

$$\begin{aligned} k^{(1,2)} &= \frac{(d^2 r_1, n_1)}{(dr_2, dr_2)} = \frac{L_1 du^2 + 2M_1 dudv + N_1 dv^2}{E_2 du^2 + 2F_2 dudv + G_2 dv^2}, \\ k^{(2,1)} &= \frac{(d^2 r_2, n_2)}{(dr_1, dr_1)} = \frac{L_2 du^2 + 2M_2 dudv + N_2 dv^2}{E_1 du^2 + 2F_1 dudv + G_1 dv^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Представление о совместных кривизнах дает рис. 7.

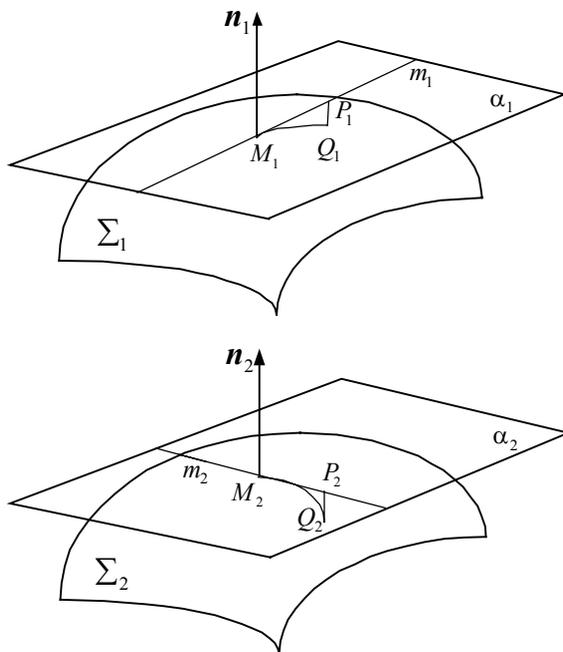


Рис. 7. Пояснение смысла совместных кривизн

Именно (dr_i, dr_i) есть квадрат касательного смещения из точки M_i поверхности Σ_i в точку P_i на касательной прямой m_i . Данное смещение – главная часть вектора $\overline{M_i Q_i}$, определяемого смещением из точки M_i в точку $Q_i \in \Sigma_i$. Величина $(d^2 r_i, n_i)$ есть удвоенная главная часть отклонения точки Q_i от касательной плоскости α_i поверхности Σ_i , проведенной в точке M_i . Таким образом, совместная кривизна $k^{(i,j)}$ равна удвоенному отношению главной части отклонения точек поверхности Σ_i , близких к точке M_i , от касательной плоскости α_i , к квадрату касательного смещения из точки M_j в точку $Q_j \in \Sigma_j$.

Иначе говоря, величина $k^{(1,2)}$ показывает, насколько будет искривлена первая поверхность, если мы сместимся по второй поверхности в направлении, определенном отношением дифференциалов $du : dv$.

Заметим, что нормальные кривизны самих поверхностей (их уместно обозначить $k^{(1,1)}$ и $k^{(2,2)}$), равные соответственно (в наших обозначениях)

$$k^{(i,i)} = \frac{(d^2 \mathbf{r}_i, \mathbf{n}_i)}{(d\mathbf{r}_i, d\mathbf{r}_i)} = \frac{L_i du^2 + 2M_i dudv + N_i dv^2}{E_i du^2 + 2F_i dudv + G_i dv^2} \quad (i = 1, 2),$$

связаны с совместными кривизнами соотношением

$$k^{(1,1)}k^{(2,2)} = k^{(1,2)}k^{(2,1)}.$$

Стационарные значения совместных кривизн нормальных сечений найдутся как собственные значения соответствующих квадратичных форм (аналогично главным кривизнам поверхности). Стационарные значения $k^{(1,2)}$ суть корни $k_1^{(1,2)}$, $k_2^{(1,2)}$ уравнения

$$(k^{(1,2)})^2 (E_2 G_2 - F_2^2) + k^{(1,2)} (2F_2 M_1 - E_2 N_1 - L_1 G_2) + (L_1 N_1 - M_1^2) = 0. \quad (5)$$

Упомянутые корни упорядочены естественным порядком числовой прямой:

$$k_1^{(1,2)} \leq k_2^{(1,2)}.$$

Уравнение главных направлений имеет вид

$$\begin{vmatrix} E_2 du + F_2 dv & L_1 du + M_1 dv \\ F_2 du + G_2 dv & M_1 du + N_1 dv \end{vmatrix} = 0. \quad (6)$$

Аналогично, стационарные значения величин $k^{(1,2)}$ (обозначаем их $k_1^{(2,1)}$, $k_2^{(2,1)}$) находятся из уравнения

$$(k^{(2,1)})^2 (E_1 G_1 - F_1^2) + k^{(2,1)} (2F_2 M_1 - E_1 N_2 - L_2 G_1) + (L_2 N_2 - M_2^2) = 0, \quad (7)$$

а уравнение главных направлений аналогично уравнению (6):

$$\begin{vmatrix} E_1 du + F_1 dv & L_2 du + M_2 dv \\ F_1 du + G_1 dv & M_2 du + N_2 dv \end{vmatrix} = 0. \quad (8)$$

Отметим, что рассмотренные нами конструкции позволяют говорить о следующих скалярных полях на поверхностях, находящихся в (u, v) -соответствии.

1. Экстремальные значения совместных кривизн нормальных сечений (обозначим их $k_1^{(1,2)}$, $k_2^{(1,2)}$, $k_1^{(2,1)}$, $k_2^{(2,1)}$). Первые две величины следует ассоциировать с первой поверхностью, остальные – со второй. Эти величины естественно именовать главными совместными кривизнами.

2. Аналоги полной (гауссовой) и средней кривизн. Назовем их совместной гауссовой кривизной $K^{(1,2)}$ и совместной средней кривизной $H^{(1,2)}$. В силу определения, с учетом формул (5), (7) получаем выражения для указанных кривизн в виде

$$\begin{aligned}
 K^{(1,2)} &= k_1^{(1,2)} k_2^{(1,2)} = \frac{L_1 N_1 - M_1^2}{E_2 G_2 - F_2^2}, \\
 K^{(2,1)} &= k_1^{(2,1)} k_2^{(2,1)} = \frac{L_2 N_2 - M_2^2}{E_1 G_1 - F_1^2}, \\
 H^{(1,2)} &= \frac{1}{2} (k_1^{(1,2)} + k_2^{(1,2)}) = \frac{E_2 N_1 + L_1 G_2 - 2F_2 M_1}{2(E_2 G_2 - F_2^2)}, \\
 H^{(2,1)} &= \frac{1}{2} (k_1^{(2,1)} + k_2^{(2,1)}) = \frac{E_1 N_2 + L_2 G_1 - 2F_1 M_2}{2(E_1 G_1 - F_1^2)}.
 \end{aligned} \tag{9}$$

$K^{(1,2)}$ и $H^{(1,2)}$ естественным образом ассоциируются с первой поверхностью, в то время как $K^{(2,1)}$ и $H^{(2,1)}$ – со второй.

Для иллюстрации наших построений рассмотрим пару поверхностей

$$r_1 = \{u, v, 0.3u + 0.08v^2 - 0.08u^2\}, \quad r_2 = \{u, v, 0.3v + 0.08u^2 - 0.08v^2\}. \tag{10}$$

Результаты вычисления экстремальных значений совместных кривизн отражены на рис. 8, 9, 10 и 11. Вычисления проведены в среде Maple. Визуализация – средствами пакета Surfer 9.

Значимую информацию о поверхностях, находящихся в (u, v) -соответствии следует ожидать при сравнении обычных гауссовых кривизн указанных поверхностей в соответствующих точках. Однако приходится считаться с тем, что в некоторых точках поверхности гауссова кривизна может обращаться в нуль. Данное обстоятельство переключает внимание на разность гауссовых кривизн.

На наш взгляд, заслуживает внимания формула Бертрана и Пюизе (1848 г.) [13, с. 168]:

$$K = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{3(2\pi r - \mathbf{L}(r))}{\pi r^3}. \tag{11}$$

Здесь r – радиус геодезической окружности [12], проведенный из точки M_0 поверхности, \mathbf{L} – длина этой окружности, K – гауссова кривизна в точке M_0 . Данная формула позволяет истолковать гауссову кривизну как меру отклонения длины геодезической окружности радиуса r от длины плоской окружности того же радиуса, отнесенную к площади круга радиуса r . Пусть M_1 и M_2 – точки двух поверхностей, находящихся в точечном соответствии, причем указанные точки соответствуют друг другу. Окружая каждую из этих точек геодезической окружностью радиуса r (каждую на своей поверхности) и обозначая K_1, K_2 как гауссову кривизну в этих точках, из (10) получим, что

$$K_2 - K_1 = 3 \cdot \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\mathbf{L}_1(r) - \mathbf{L}_2(r)}{r \cdot S(r)}. \tag{12}$$

В данной формуле $S(r)$ и есть площадь указанной плоской окружности. Последняя формула сообщает геометрический смысл разности гауссовых кривизн: при $K_2 > K_1$ геодезическая окружность «малого» радиуса, окружающая точку второй поверхности, сжимается относительно окружности того же радиуса на первой поверхности. При $K_2 < K_1$ – наоборот.

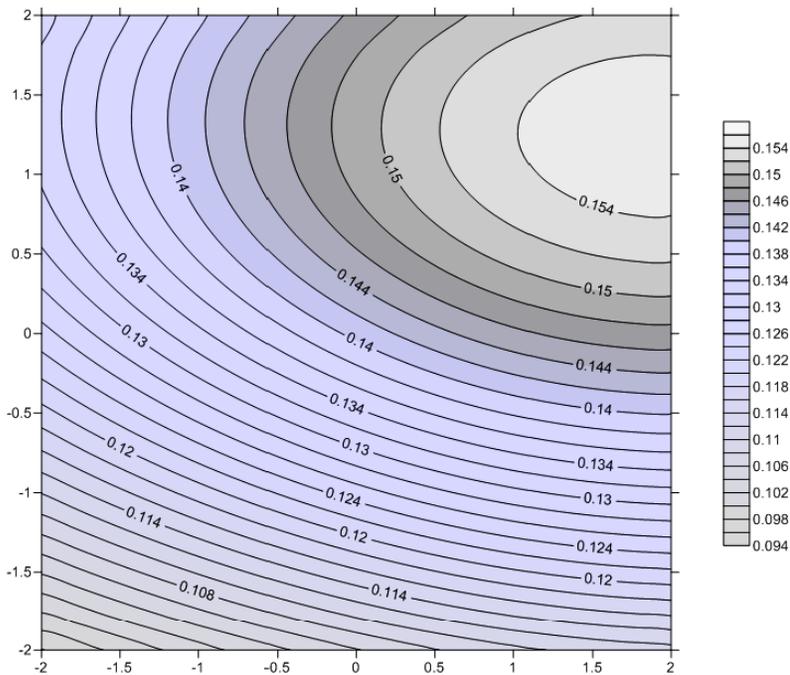


Рис. 8. Поле первых экстремумов совместной кривизны $k^{(1,2)}$

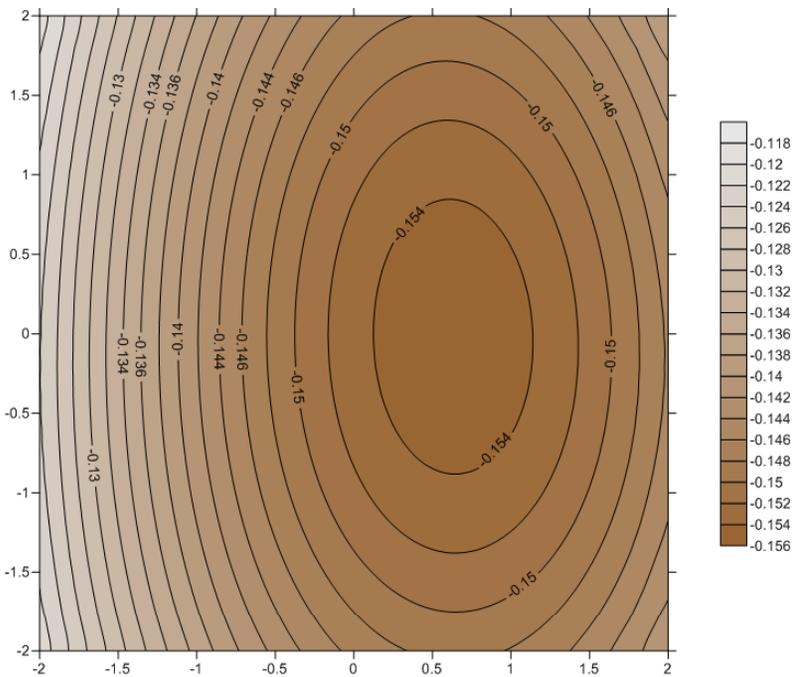
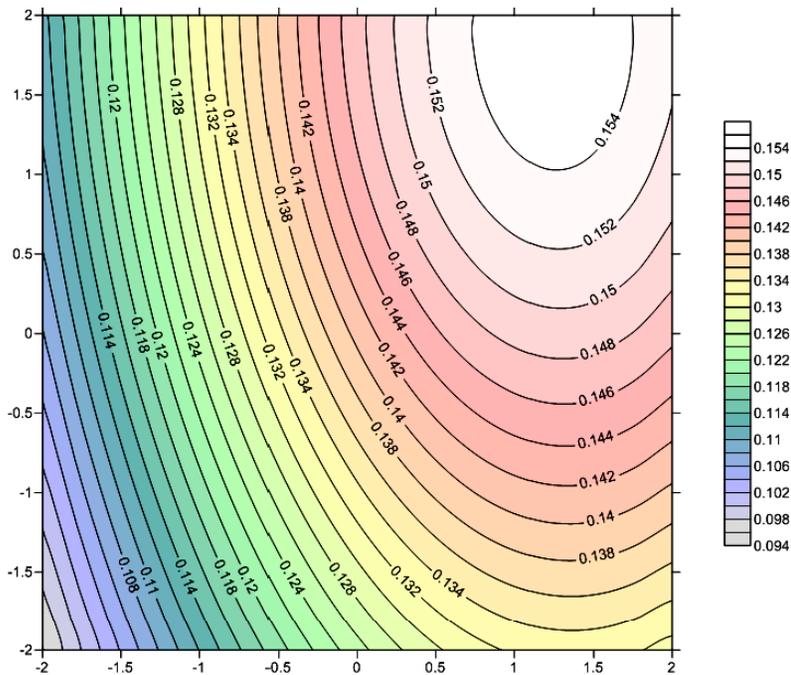
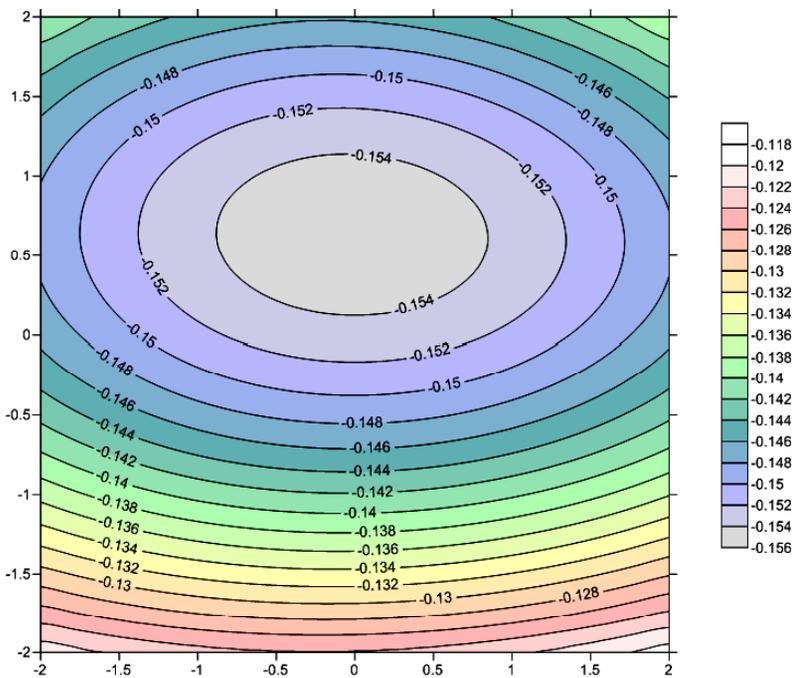


Рис. 9. Поле вторых экстремумов совместной кривизны $k^{(1,2)}$

Рис. 10. Поле первых экстремумов совместной кривизны $k^{(2,1)}$ Рис. 11. Поле вторых экстремумов совместной кривизны $k^{(2,1)}$

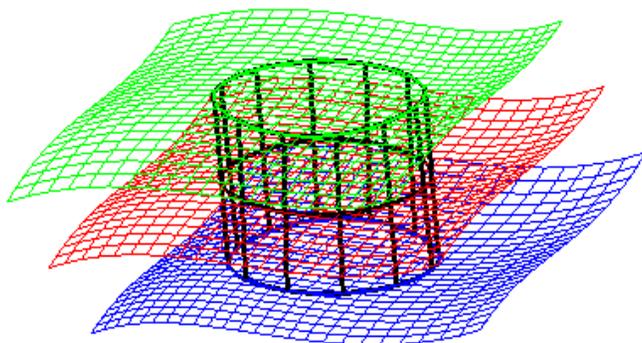


Рис. 12. Тройка линий – аналогов окружностей, –
присоединенная к участку сотовой панели

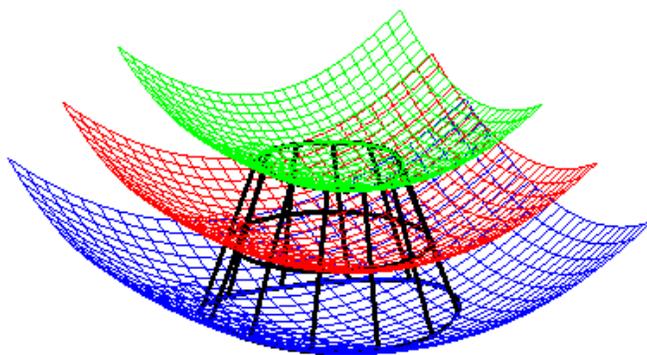


Рис. 13. Тройка линий – аналогов окружностей, –
присоединенная к участку сотовой панели.
Изгиб с положительной гауссовой кривизной

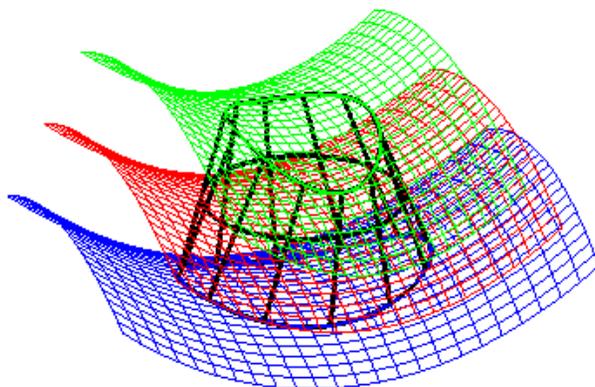


Рис. 14. Тройка линий – аналогов окружностей, –
присоединенная к участку сотовой панели.
Изгиб с отрицательной гауссовой кривизной

Мы предлагаем существенно более простой подход к характеристике изменений формы сотовой панели. Панель моделируется парой поверхностей, соответствующих параллелизмом касательных плоскостей. Соответствующие точки соединяем отрезками равной длины, ортогональными обеим поверхностям. Локально обе эти поверхности и срединную поверхность относим к ортогональным криволинейным координатам (u, v) . На срединной поверхности задаем линию $(u - u_0)^2 + (v - v_0)^2 = a^2$. На ограничивающих поверхностях получаем соответствующие ей линии – аналоги окружностей.

3. Векторные поля

Первым важным источником векторных полей являются уравнения главных направлений (6) и (8). На каждой из двух поверхностей, находящихся в (u, v) -соответствии, получаем пару ортогональных касательных векторных поля. Их интегральные кривые имеют аналогию с линиями кривизны [10] теории поверхностей. Естественно поэтому назвать их линиями совместной кривизны.

Всякое (достаточно гладкое) скалярное поле на поверхности порождает на ней векторное поле градиента. Пусть на поверхности

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(u, v) \in C^1$$

задано скалярное поле $\varphi = \varphi(u, v)$. Для метрического тензора

$$\begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E & F \\ F & G \end{pmatrix}$$

обратным является тензор

$$\begin{pmatrix} g^{11} & g^{12} \\ g^{21} & g^{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{EG - F^2} \begin{pmatrix} G & -F \\ -F & E \end{pmatrix}.$$

Как доказано в [10, с. 363–364], градиент скалярного поля $\varphi = \varphi(u, v)$ на поверхности есть касательный вектор

$$\mathbf{a} = a^1 \mathbf{r}_u + a^2 \mathbf{r}_v,$$

причем
$$a^1 = g^{11} \frac{\partial \varphi}{\partial u} + g^{12} \frac{\partial \varphi}{\partial v}, \quad a^2 = g^{21} \frac{\partial \varphi}{\partial u} + g^{22} \frac{\partial \varphi}{\partial v}.$$

Данный вектор не зависит от выбора координат на поверхности u_1, u_2 и определяет инвариантное векторное поле на поверхности (рис. 15).

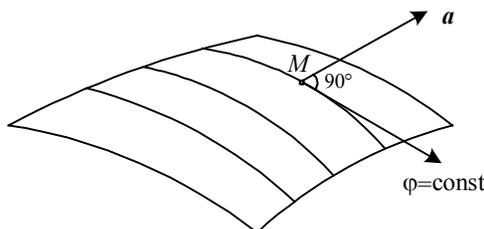


Рис. 15, проясняющий связь поля градиента функции φ с линиями уровня этой функции

Обратимся к понятиям из теории дифференцируемых многообразий. Пусть в некоторой области U дифференцируемого многообразия M^m задано гладкое касательное векторное поле V . Хорошо известно [7–9, 11], что интегральной кривой векторного поля V называется гладкая параметризованная кривая $x = \varphi(\varepsilon)$, $(-\varepsilon_0 < \varepsilon < \varepsilon_0)$, касательный вектор к которой в каждой точке совпадает со значением векторного поля V в этой точке:

$$\varphi(\varepsilon) = V|_{\varphi(\varepsilon)}$$

для всех допустимых ε . В локальных координатах вектор-функция $\bar{x} = \varphi(\varepsilon) = (\varphi^1(\varepsilon), \dots, \varphi^m(\varepsilon))$ есть решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{dx^i}{d\varepsilon} = \xi^i(x), i = \overline{1, m}, \quad (13)$$

где $\xi^i(x)$ – коэффициенты векторного поля V в точке x . Для гладких $\xi^i(x)$ стандартные теоремы существования и единственности для систем обыкновенных дифференциальных уравнений гарантируют существование и единственность решения системы (13) для начальных данных $\varphi_0 = x_0$ из области U .

ЛИТЕРАТУРА

1. Бухтяк М.С., Никульчиков А.В. Моделирование деформации сотовой панели // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2013. № 2(22). С. 5–16
2. Каган В.Ф. Основы теории поверхностей, часть вторая. М: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1948. 407 с.
3. Бухтяк М.С. Анализ и моделирование сложных геометрических объектов. Введение в Марле. Вычисления в геометрии. URL: <http://edu.tsu.ru/eor/resource/574/tpl/index.html>
4. Dharmasena Kumar P., Wadley Haydn N.G., Hue Zhenyu and Hutchinson John W. Mechanical response of metallic honeycomb sandwich panel structures to high-intensity dynamic loading // Int. J. Impact Engineering. 2008. V. 35. P. 1063–1074.
5. Rathbun H.J., Radford D.D., Hue Z., et al. Performance of metallic honeycomb-core sandwich beams under shock loading // Int. J. Solids and Structures. 2006. V. 43. P. 1746–1763.
6. Панин В.Ф., Гладков Ю.А.. Конструкции с наполнителем. М: Машиностроение, 1991.
7. Математическая энциклопедия. Т. 3. М.: Советская энциклопедия, 1982. С. 574.
8. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. М.: Наука, 1979. 760 с.
9. Иванов А.О., Тужилин А.А. Лекции по классической дифференциальной геометрии. Новая университетская библиотека, 2009. 233 с.
10. Раивевский П.К. Курс дифференциальной геометрии. М.-Л.: ГИТТЛ, 1950. 428 с.
11. Шапуков Б.Н. Дифференциальная геометрия и основы тензорного анализа. Казань: КГУ, 2007. 135 с.
12. Фавар Ж. Курс локальной дифференциальной геометрии. М.: ГИТТЛ, 1960. 559 с.
13. Бляшке В. Дифференциальная геометрия. М.-Л.: ОНТИ НКТП, 1935. 330 с.
14. Агафонов С.А., Герман А.Д., Муратова Т.В. Дифференциальные уравнения. 3-е изд. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 352 с.

Статья поступила 10.09.2013 г.

Bukhtyak M.S., Nikul'chikov A.V. FIELDS ON SURFACES THAT ARE IN A POINT CORRESPONDENCE. A continuation of the honeycomb panel modeling research. The modes is based

on a point correspondence of a pair of surfaces and on describing invariants accompanying the aforesaid geometrical construction and referred (mostly) to the "extrinsic geometry of surfaces." The notion of joint curvatures of surfaces has been introduced, pertaining to those in point correspondence. Both scalar fields and associated vector fields generated by the surfaces' correspondence have been specified.

Keywords: pair of surfaces, point correspondence, local metric, first quadratic form, second quadratic form, joint curvatures.

BUKHTYAK Mikhail Stepanovich (Tomsk State University)

E-mail: bukhtyakm@mail.ru

NIKULCHIKOV Andrey Viktorovich (Tomsk State University)

E-mail: tracesofdeath@mail2000.ru